



***Nacionalni centar za vanjsko
vrednovanje obrazovanja***

Adesivo per l'identificazione
dell'alunno/a

INCOLLARE
ATTENTAMENTE

MATEMATICA

Livello superiore

MAT A D-S002



12

Foglio bianco



INDICAZIONI

Seguite attentamente tutte le indicazioni.

Non voltate pagina e non iniziate a risolvere il test finché non ve lo permette l'insegnante di servizio.

Incollate l'adesivo di identificazione su tutti i materiali d'esame che avete ricevuto nella busta.

L'esame dura 180 minuti senza interruzioni.

All'inizio di ogni gruppo di quesiti c'è l'indicazione per la loro soluzione.

Leggetela attentamente.

Per i calcoli adoperate il foglio della brutta copia che **non verrà valutata**.

Potete usare matita e gomma soltanto sul foglio della brutta copia e per disegnare i grafici.

Sul foglio delle risposte e sul fascicolo d'esame **usate esclusivamente la penna a sfera** blu o nera.

Usate il libretto delle formule in allegato.

Terminato il test, controllate le risposte.

Vi auguriamo un buon esito!

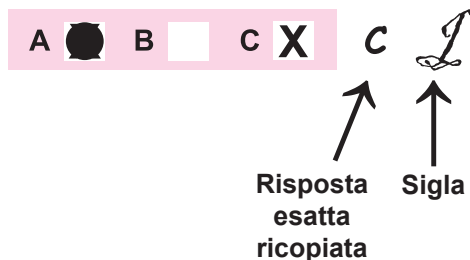
Questo fascicolo d'esame ha 24 pagine, di cui 4 vuote.

Modalità di compilazione del foglio per le risposte

Giusto



Correzione della risposta errata



Sbagliato



Matematica

I. Esercizi a risposta multipla

Per ogni domanda devi scegliere una tra le quattro risposte che sono state proposte. Indica la risposta esatta con una X e riporta la tua scelta sul foglio delle risposte con la penna a sfera blu o nera.

Gli esercizi da 1 a 10 valgono un punto, quelli da 11 a 15 ne valgono due.

1. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A. $-1.5 \in \mathbf{Z}$

B. $\sqrt{2} \in \mathbf{Q}$

C. $\frac{1}{2} \in \mathbf{R}$

D. $\pi \in \mathbf{N}$

A.	<input type="checkbox"/>
B.	<input type="checkbox"/>
C.	<input type="checkbox"/>
D.	<input type="checkbox"/>

2. La misura di un angolo è di 162° . A quanti radianti corrispondono?

A. $\frac{9\pi}{10}$

B. $\frac{10\pi}{9}$

C. $\frac{9\pi}{20}$

D. $\frac{20\pi}{9}$

A.	<input type="checkbox"/>
B.	<input type="checkbox"/>
C.	<input type="checkbox"/>
D.	<input type="checkbox"/>



Matematica

3. Qual è la soluzione dell'equazione $x - [3x - (5 + x)] - 8 = 3(x + 2) - 1$?

A. -3

B. -2

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{4}{3}$

A.

☐

B.

☐

C.

☐

D.

☐

4. Le lunghezze di due lati del triangolo ABC sono $a = 12$ cm e $c = 9$ cm, mentre l'angolo tra di loro è $\beta = 82^\circ 17'$. Qual è la lunghezza del lato b ?

A. 14 cm

B. 14.5 cm

C. 15.5 cm

D. 16 cm

A.

☐

B.

☐

C.

☐

D.

☐

5. Il punto $S(-2,3)$ è il centro della circonferenza che passa per l'origine del piano cartesiano. Qual è l'equazione di questa circonferenza?

A. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 13$

B. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

C. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 13$

D. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$

A.

☐

B.

☐

C.

☐

D.

☐

Matematica

6. Durante la salita su una montagna, è stato rilevato che per ogni 100 metri di altitudine la temperatura dell'aria diminuiva di 0.7°C .

La temperatura in cima alla montagna era di 14.8°C .

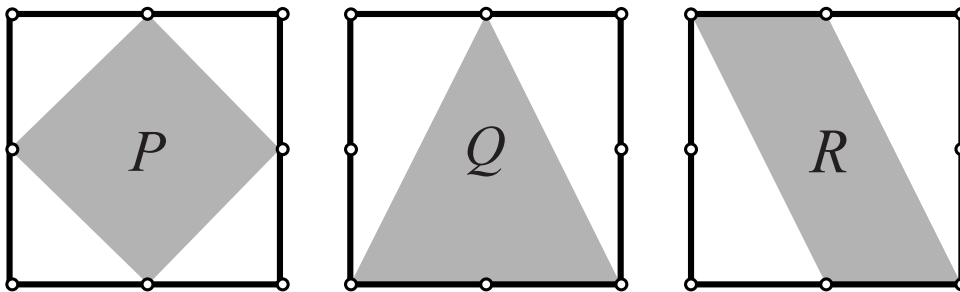
Allo stesso tempo la temperatura al suolo (0 m) sul livello del mare, era di 26°C .

Qual è l'altezza della montagna?

- A. 1500 m
- B. 1600 m
- C. 1700 m
- D. 1800 m

- A. ☐
- B. ☐
- C. ☐
- D. ☐

7. Nella figura vediamo tre quadrati congruenti con segnati i punti medi dei lati.



In quale rapporto si trovano le aree P , Q , R delle figure in rilievo (segnate in grigio)?

- A. $P < Q = R$
- B. $P < Q < R$
- C. $P = Q < R$
- D. $P = Q = R$

- A. ☐
- B. ☐
- C. ☐
- D. ☐



Matematica

8. Quale insieme rappresenta il dominio della funzione $f(x) = \log(2x + 4)$?

A. $\mathbf{R} \setminus \{-2, 0\}$

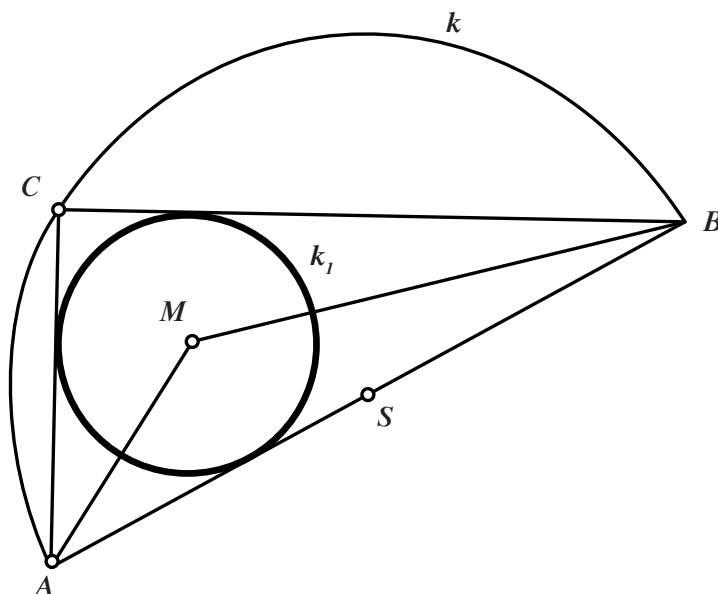
B. $\langle -\infty, -2 \rangle$

C. $\langle -2, +\infty \rangle$

D. $\mathbf{R} \setminus \{-2\}$

- A. ☐
- B. ☐
- C. ☐
- D. ☐

9. Il diametro della circonferenza k è l'ipotenusa del triangolo ABC . Nel triangolo ABC è inscritta la circonferenza k_1 con il centro nel punto M .



Quanto misura l'angolo AMB ?

- A. 120°
- B. 125°
- C. 130°
- D. 135°

- A. ☐
- B. ☐
- C. ☐
- D. ☐



Matematica

10. Qual è il valore del modulo (valore assoluto) del numero complesso $(1-i)^6$?

- A. $\sqrt{8}$
- B. $\sqrt{32}$
- C. 8
- D. 32

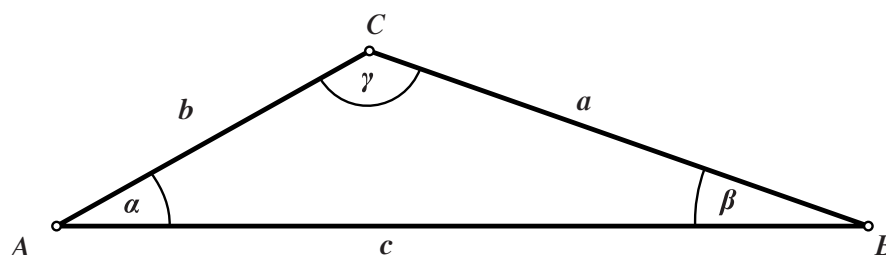
- A. ☐
- B. ☐
- C. ☐
- D. ☐

11. Quant'è la somma delle soluzioni dell'equazione $5^{x+2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} = 6$?

- A. -3
- B. -2
- C. -1
- D. 0

- A. ☐
- B. ☐
- C. ☐
- D. ☐

12. Per gli angoli del triangolo ABC vale il rapporto $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 2 : 13$ mentre per le lunghezze dei lati vale che $a - b = 3$ cm.



Quant' è lungo il lato più corto di questo triangolo?

- A. 2.19 cm
- B. 4.23 cm
- C. 6.49 cm
- D. 8.92 cm

- A. ☐
- B. ☐
- C. ☐
- D. ☐



Matematica

13. Qual è il risultato della riduzione dell'espressione $\left(\frac{1+a^{-1}+a^{-2}+a^{-3}}{a}-\frac{1}{a-1}\right):\frac{a}{1-a^3}$ per $a \neq 0, 1$?

A. $\frac{a^2+a+1}{a^5}$

B. $\frac{a^2-a+1}{a^5}$

C. $\frac{a^5}{a^2+a+1}$

D. $\frac{a^5}{a^2-a+1}$

- A. ☐
- B. ☐
- C. ☐
- D. ☐

14. Un cubo (pieno) di metallo di spigolo a è stato liquefatto e trasformato in sfera. Quant'è il diametro della sfera?

A. $0.98a$

B. $1.24a$

C. $1.33a$

D. $1.64a$

- A. ☐
- B. ☐
- C. ☐
- D. ☐

15. Quale condizione deve soddisfare il numero reale $m \neq 0$ affinché l'equazione $m \sin x - 1 = 0$ abbia soluzione?

A. $m \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$

B. $m \in \mathbf{R} \setminus [-1, 1]$

C. $m \in \mathbf{R} \setminus \langle -1, 1 \rangle$

D. $m \in [-1, 1] \setminus \{0\}$

- A. ☐
- B. ☐
- C. ☐
- D. ☐



II. Esercizi a risposta breve

Risolvi gli esercizi che seguono sul foglio della brutta copia e scrivi la tua risposta nello spazio previsto con una penna a sfera blu o nera. Non scrivere nello spazio per il punteggio.

16. Calcola $36^{\frac{1}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} + 9^{-\frac{1}{2}}$ e scrivi il risultato sottoforma di frazione.

Risposta: _____

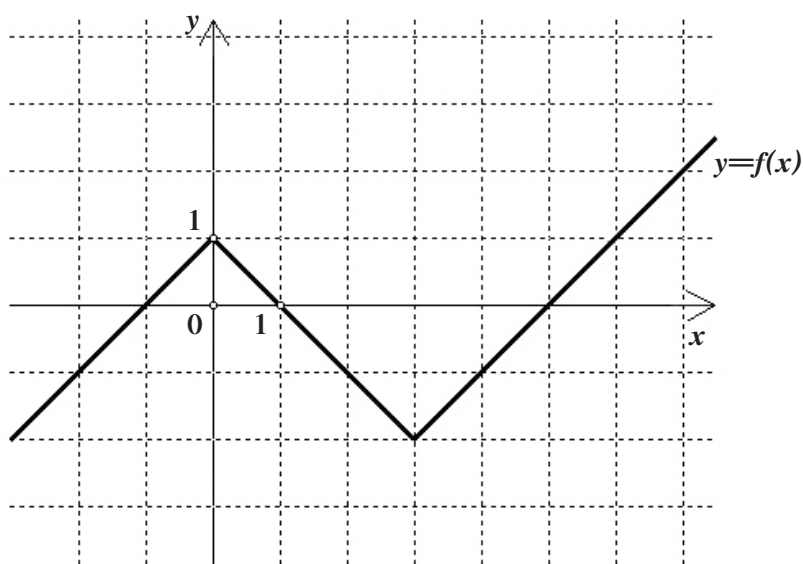
0 ☐

1 ☐

punto

17. Nella figura è rappresentato il grafico della funzione f .

Disegna, nello stesso piano cartesiano, il grafico della funzione g in modo che $g(x) = f(x) + 1$.



0 ☐

1 ☐

punto



Matematica

18.1. Determina il coefficiente angolare della retta $\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1$.

Risposta: _____

0 ☐
1 ☐

punto

18.2. Siano dati il punto $A(1, 2)$ ed il segmento orientato $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} - 4\vec{j}$.
Determina l'equazione della retta alla quale appartiene il segmento orientato.

Risposta: _____

0 ☐
1 ☐

punto

19.1. Determina la somma delle soluzioni dell'equazione $x^2 + x - 6 = 0$.

Risposta: _____

0 ☐
1 ☐

punto

19.2. Scrivi tutte e due le soluzioni dell'equazione $\left| \frac{2x-1}{5} \right| = 1$.

Risposta: $x_1 =$ _____, $x_2 =$ _____

0 ☐
1 ☐

punto



Matematica

20.1. Sia $z = 3 + 2i$. Quanto vale $(izz)^4$?

Risposta: _____

0 ☐

1 ☐

punto

20.2. Scrivi il numero complesso $z = 2i$ nella forma trigonometrica.

Risposta: $z =$ _____

0 ☐

1 ☐

punto

21. Per la gita dei suoi 708 alunni la scuola aveva predisposto 15 autobus. Certi autobus avevano 52 posti a sedere, altri invece 43. Tutti gli autobus erano al completo e ogni posto era occupato da un solo alunno.

21.1. Quanti autobus avevano 52 posti?

Risposta: _____

0 ☐

1 ☐

punto

21.2. Qual è il numero totale di alunni trasportati con gli autobus aventi 43 posti?

Risposta: _____


0 ☐

1 ☐

punto




Matematica

<p>22.1. Risolvi la disequazione $x^2 + 7x + 12 \geq 0$. Scrivi la soluzione mediante gli intervalli.</p> <p>Risposta: _____</p> <p>22.2. Sia a un numero reale dato.</p> <p>Determina l'incognita $\begin{cases} 2x + 3y = a \\ x + 2y + 2a = 0 \end{cases}$ nel sistema y.</p> <p>(Nella soluzione compare il numero a.)</p> <p>Risposta: $y =$ _____</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>punto</p> <p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>punto</p>
<p>23.1. Semplifica $\sin(3960^\circ + \alpha)$.</p> <p>Risposta: $\sin(3960^\circ + \alpha) =$ _____</p> <p>23.2. Qual è la soluzione dell'equazione</p> <p>$\sin(x - \pi) \sin(x + 2\pi) = 3 \cos(x + 3\pi) \cos(x - 4\pi)$ nell'intervallo $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$?</p> <p>Risposta: _____</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>punto</p> <p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>punto</p>
<p>MAT A D-S002</p>	 <p>02</p>

Matematica

<p>24.1. Determina la somma dei primi 50 termini della progressione aritmetica $-12, -5, 2, \dots$</p> <p>Risposta: _____</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>punto</p>
<p>24.2. Tre numeri positivi formano una progressione geometrica. Il prodotto del primo e del terzo termine è uguale a 1.44. Qual è il secondo termine della progressione?</p> <p>Risposta: _____</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>punto</p>
<p>25.1. La parabola di equazione $y^2 = 2px$ passa per il punto $T(3,3)$. Determina p.</p> <p>Risposta: $p =$ _____</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>punto</p>
<p>25.2. Data una parabola di equazione $y^2 = 12x$. Quant'è la distanza del fuoco di questa parabola dalla retta $y = 2x + 5$?</p> <p>Risposta: _____</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>punto</p>
<p>25.3. La parabola di equazione $y^2 = 2px$ ha il fuoco nel punto $F(1,0)$ e passa per il punto $A(x, -3)$. Determina l'equazione della tangente alla parabola nel suo punto A.</p> <p>Risposta: _____</p>	<p>0 <input type="checkbox"/></p> <p>1 <input type="checkbox"/></p> <p>punto</p>

MAT A D-S002

02

Matematica

- 26.** L'aumento del carovita in aprile rispetto a marzo è del 4.2%, mentre quello di maggio rispetto ad aprile è del 3.5%. A quanto ammonta la percentuale di aumento del carovita in maggio rispetto a marzo?

Risposta: _____ %

L'aumento del carovita in ottobre rispetto a settembre è del 3.8%.
Quant'è la percentuale di cui dovrebbe diminuire il carovita in novembre per ritornare ai livelli di settembre?

Risposta: _____ %

0 ☐
1 ☐
2 ☐

punto

- 27.** Risolvi la disequazione $\log_2 (x-1) + \log_2 (x-3) \leq 3$.
Scrivi la soluzione mediante gli intervalli

Risposta: _____

0 ☐
1 ☐
2 ☐

punto



Matematica

- 28.** La televisione via cavo ha iniziato a trasmettere. Si è notato che nel primo anno di trasmissione il numero di utenti K ed il numero di mesi t dall'inizio della trasmissione, sono collegati dalla

$$K = \frac{20000(4t+1)}{t+1}.$$

- 28.1.** Quale era il numero di utenti al momento dell'inizio delle trasmissioni della televisione ?

Risposta: _____

- 28.2.** Dopo quanto tempo il numero di utenti è di 70 000?

Risposta: _____

- 28.3.** Scrivi la formula che descrive la dipendenza del numero di mesi dal numero degli utenti. (Esprimi t in funzione di K)

Risposta: _____

0 ☐

1 ☐

punto

0 ☐

1 ☐

punto

0 ☐

1 ☐

punto



Matematica

III. Esercizi a risposta completa

Risolvi gli esercizi 29 e 30 e scrivi tutto lo svolgimento con la penna a sfera blu o nera. Trascrivi tutto il tuo lavoro (calcoli, procedimento, disegni). Se hai risolto una parte dell'esercizio a mente, spiega e scrivi come hai fatto. Non scrivere nello spazio per il punteggio.

29.1. Data la funzione $f(x) = -\frac{1}{4}(x^2 - 16)(x + 1)$.

29.1. Determina le coordinate dei punti di intersezione del grafico della funzione con l'asse delle ascisse.

Risposta: _____

0 ☐
1 ☐
2 ☐
3 ☐

punto



Matematica

29.2. Trova la derivata della funzione f .

Risposta: _____

0 ☐
1 ☐

punto

29.3. Determina l'intervallo/intervalli dove la funzione f **cresce**.

Risposta: _____

0 ☐
1 ☐
2 ☐

punto

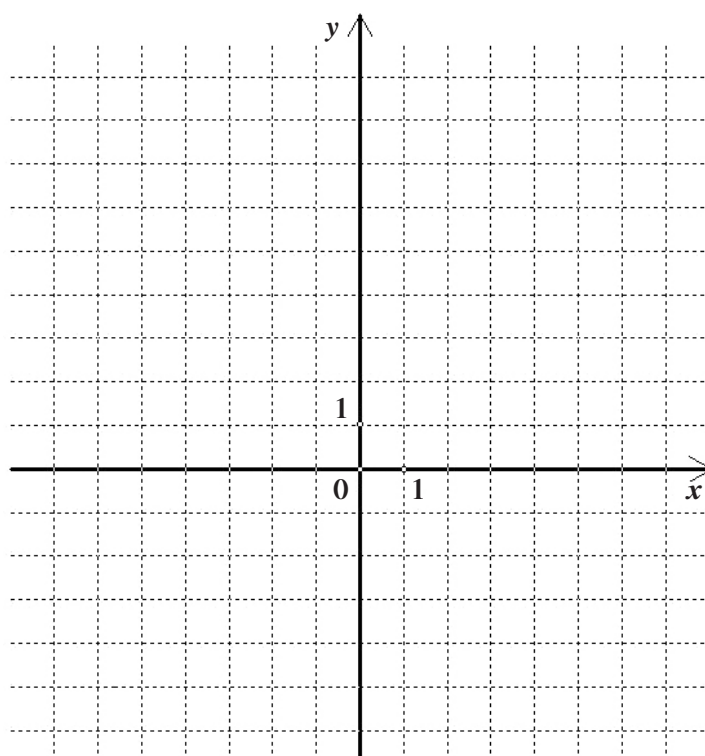


Matematica

29.4. Determina gli estremi locali della funzione f .

Risposta: _____

29.5. Disegna il grafico di questa funzione prendendo in considerazione i risultati delle domande precedenti dell' esercizio. (Nota: Segna approssimativamente i punti le cui coordinate non sono numeri interi.)



0 ☐
1 ☐
2 ☐

punto

0 ☐
1 ☐
2 ☐

punto



Matematica

- 30.** Un raggio luminoso incide su una lastra di vetro a facce piane parallele dello spessore di $d = 40 \text{ mm}$ con un angolo di incidenza $\alpha = 60^\circ$.

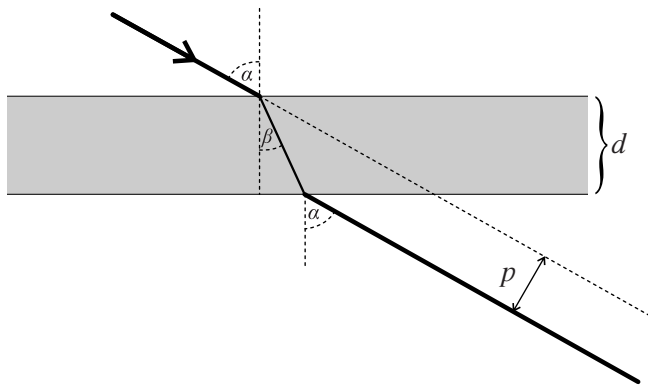
L'indice di rifrazione n è uguale a $\frac{3}{2}$.

A quanto è uguale lo spostamento parallelo p del raggio luminoso

Nota :

Il raggio luminoso si rifrange con un angolo β sulla verticale ed esce dalla lastra con un angolo sulla verticale α .

L'indice di rifrazione è definito dall'uguaglianza $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$.



Matematica

Risposta: _____ mm

0	<input type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>
punto	

MAT A D-S002



Foglio bianco



Foglio bianco



Foglio bianco

