

II. Zadatci kratkih odgovora

U sljedećim zadacima upišite odgovor na predviđeno mjesto plavom ili crnom kemijskom olovkom.
Za račun rabite list za koncept.
Ne popunjavajte prostor za bodovanje.

16. Odredite vrijednost izraza $\frac{a - \frac{5}{b}}{b - \frac{3}{a}}$, za $a = \frac{3}{4}$ i $b = \frac{4}{5}$.

Odgovor: $\frac{55}{32}$

0 ☐
1 ☐

bod

17. Čemu je jednako c ako je $P = \frac{1}{2}ac \sin \beta$?

Odgovor: $c = \frac{2P}{a \sin \beta}$

0 ☐
1 ☐

bod

18. Riješite sljedeće zadatke.

18.1. Odredite udaljenost točke $T(2,3)$ od pravca $\frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1$.

Odgovor: $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

0 ☐
1 ☐

bod

18.2. Zadane su točke $A(6,5)$ i $B(2,-3)$.

Odredite jednadžbu simetrale dužine \overline{AB} .

Odgovor: $M = -\frac{1}{2}x + 3$

0 ☐
1 ☐

bod



19. Riješite sljedeće zadatke s vektorima.

19.1. Početna točka vektora $\vec{AB} = 8\vec{i} + 6\vec{j}$ je $A(-2, 3)$.

Odredite koordinate završne točke vektora \vec{AB} .

Odgovor: $B(6, 9)$

19.2. Odredite duljinu vektora $\vec{a} + \vec{b}$ ako je $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{b} = 5\vec{i} - 10\vec{j}$.

Odgovor: $\sqrt{85}$

0 ☐

1 ☐

bod

0 ☐

1 ☐

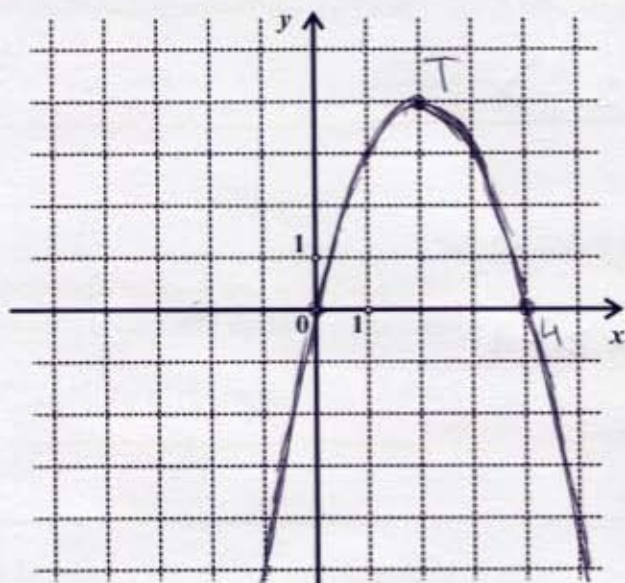
bod



Matematika

20. Riješite sljedeće zadatke s grafom funkcije.

20.1. Nacrtajte graf funkcije $f(x) = -x^2 + 4x$.

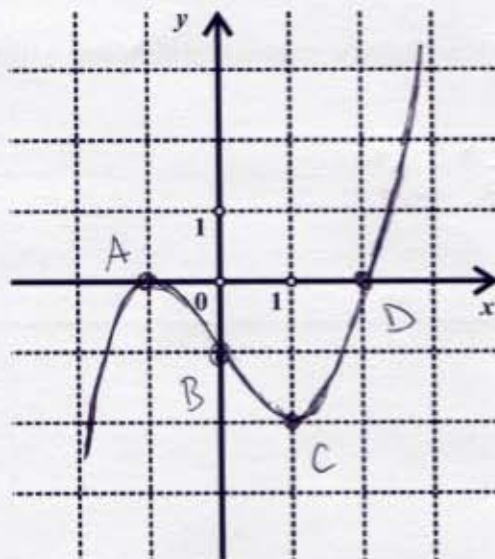


0

1

bod

20.2. Graf polinoma trećega stupnja prolazi točkama $A(-1, 0)$, $B(0, -1)$, $C(1, -2)$ i $D(2, 0)$, gdje je A točka lokalnoga maksimuma, a C točka lokalnoga minimuma. Iz zadanih podataka skicirajte graf toga polinoma na intervalu $\langle -2, 3 \rangle$. Napomena: Za skiciranje **nije** potrebno odrediti formulu zadanoga polinoma.



0

1

bod

MAT A D-S005



02

Matematika

21. Riješite sljedeće zadatke s nejednadžbama.

0 ☐
1 ☐

21.1. Riješite nejednadžbu $4x^2 + 7x < 2$. Rješenje zapišite s pomoću intervala.

Odgovor: $\langle -2, \frac{1}{4} \rangle$

bod

21.2. Riješite nejednadžbu $8 \cdot 16^x \geq 7 \cdot 14^x$.

0 ☐
1 ☐

Odgovor: $x \geq -1$

bod

22. Riješite sljedeće zadatke.

0 ☐
1 ☐

22.1. Odredite $\alpha \in [90^\circ, 180^\circ]$ za koji je $\sin \alpha = 0.8$.

Odgovor: $\alpha =$ $126^\circ 52' 12''$

bod

22.2. Kolika je mjera najvećega kuta trokuta ako su mu stranice duljine 3 cm, 8 cm i 9 cm?

0 ☐
1 ☐

Odgovor: $99^\circ 35' 39''$

bod

MAT A D-S005



02

Matematika

23. Riješite sljedeće zadatke iz geometrije.

0 ☐

1 ☐

23.1. Izračunajte površinu pravilnoga peterokuta čija je stranica duljine 6 cm.

Odgovor: 61,94 cm²

bod

23.2. Zadana je pravilna uspravna šesterostrana piramida kojoj je duljina osnovnoga brida 4 cm, a bočnoga 11.7 cm. Koliki je obujam (volumen) zadane piramide?

0 ☐

1 ☐

Odgovor: 152.35 cm³

bod

24. Riješite sljedeće zadatke s kompleksnim brojevima.

0 ☐

1 ☐

24.1. Izračunajte $(1+i)^{10}$ i pojednostavnite.

Odgovor: $32i$

bod

24.2. Za koji realni broj x imaginarni dio kompleksnoga broja $\frac{x-2i}{1+i}$ iznosi 1?

0 ☐

1 ☐

Odgovor: $x =$ -4

bod

MAT A D-S005



02

Matematika

25. Riješite sljedeće zadatke.

0 ☐

1 ☐

- 25.1. U aritmetičkome nizu treći član je 9, a sedmi 49.
Odredite dvadeset prvi član.

Odgovor: 189

bod

- 25.2. U geometrijskome nizu s pozitivnim članovima prvi je član jednak zbroju drugoga i trećega.
Koliki je kvocijent toga niza?

Odgovor: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

0 ☐

1 ☐

bod

- 25.3. Na šahovsku ploču dimenzije 8x8 polja stavljamo zrna riže.
Na prvo polje stavimo tri zrna, na drugo dva zrna više nego na prvo,
na treće dva zrna više nego na drugo i tako redom.
Koliko smo ukupno stavili zrna riže na šahovsku ploču?

Odgovor: 4224

0 ☐

1 ☐

bod

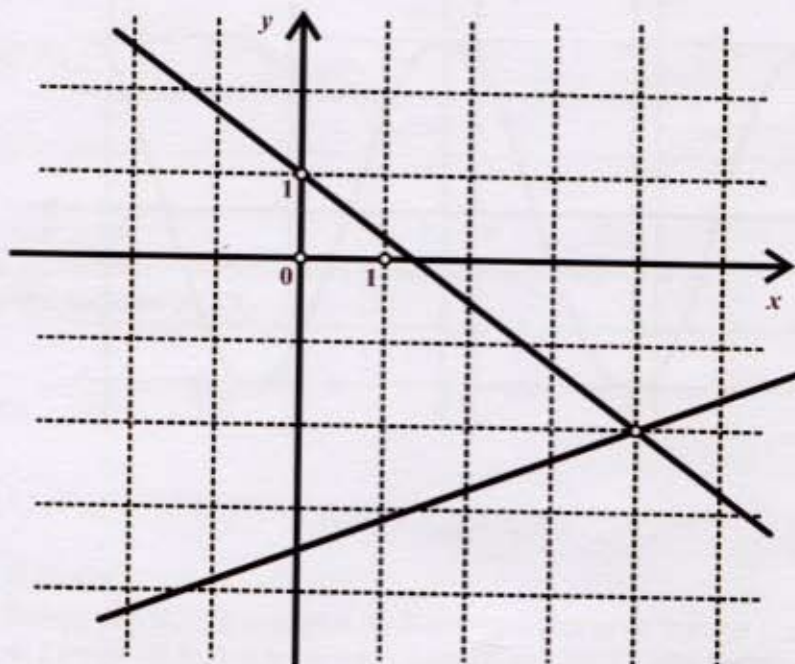
MAT A D-S005



02

Matematika

26. Sustav jednačbi $\begin{cases} ax - y + 1 = 0 \\ 3x - 8y + b = 0 \end{cases}$ riješen je grafički.



Odredite realne brojeve a i b .

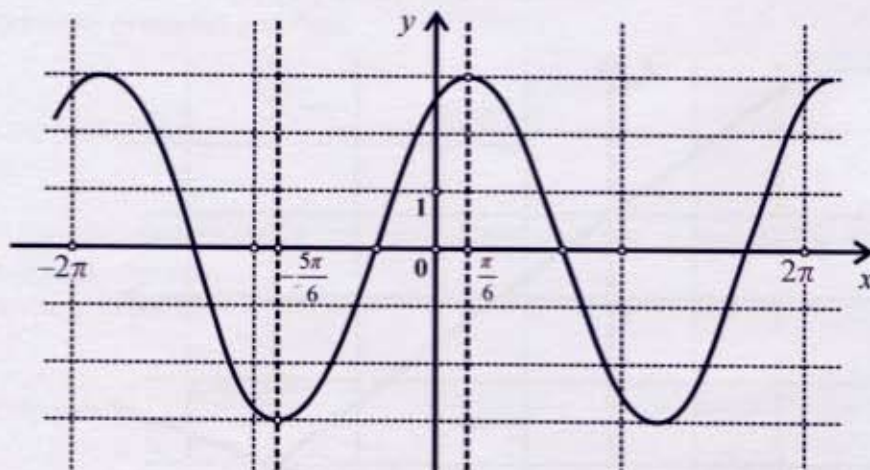
Odgovor: $a = -\frac{3}{4}$, $b = -28$

0 ☐
1 ☐
2 ☐

bod



27. Grafom je zadana funkcija $f(x) = A \sin(x + C)$. Odredite A i C .



Odgovor: $A = 3$, $C = \frac{\pi}{3}$

0 ☐
1 ☐
2 ☐

bod



Matematika

28. Riješite sljedeće zadatke s krivuljama drugoga reda.

28.1. Odredite koordinate žarišta (fokusa) krivulje zadane jednačbom $x^2 - 8y^2 = 2$.

Odgovor: $F_1(-\frac{3}{2}, 0)$, $F_2(\frac{3}{2}, 0)$

28.2. Odredite jednačbu hiperbole kojoj je asimptota pravac $y = 2x$ i koja prolazi točkom $T(5,8)$.

Odgovor: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$

28.3. Putanja Zemlje oko Sunca je elipsa sa Suncem u jednome fokusu (žarištu). Udaljenost Zemlje od Sunca u perihelu (točki u kojoj je Zemlja najbliža Suncu) približno iznosi 147 milijuna kilometara, a udaljenost u afelu (točki u kojoj je Zemlja najudaljenija od Sunca) iznosi 152 milijuna kilometara.

Koliki je numerički ekscentricitet ε Zemljine putanje?

Napomena: Numerički ekscentricitet ε računa se prema formuli $\varepsilon = \frac{e}{a}$.

Odgovor: $\varepsilon = \frac{5}{299}$

0

1

bod

0

1

bod

0

1

bod



III. Zadatci produženih odgovora

Riješite zadatke 29. i 30. i napišite postupak rješavanja plavom ili crnom kemijskom olovkom. Prikažite sav svoj rad (skice, postupak, račun). Ukoliko dio zadatka riješite napamet, objasnite i zapišite kako ste to učinili. Ne popunjavajte prostor za bodovanje.

29. Riješite sljedeće zadatke s funkcijama.

29.1. Zadana je funkcija $f(x) = \log_2(5x-1)$.
Odredite područje definicije funkcije f .

$$5x-1 > 0 \\ 5x > 1/1.5 \Rightarrow x > \frac{1}{5}$$

Odgovor: $\left(\frac{1}{5}, +\infty\right)$

Odredite nultočku funkcije f .

$$\log_2(5x-1) = 0 \Rightarrow 5x-1 = 2^0 \Rightarrow 5x-1 = 1 \\ 5x = 2/1.5 \\ x = \frac{2}{5}$$

Odgovor: $\frac{2}{5}$

Izračunajte $f(5)$. Rezultat zapišite u decimalnome obliku i zaokružite ga na tri decimale.

$$f(5) = \log_2(5 \cdot 5 - 1) = \log_2 24 = 4.58496... \\ \approx 4.585$$

Odgovor: 4.585

0	<input type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>

bod



29.2. Odredite prvu derivaciju funkcije $f(x) = \frac{x^2}{3x-5}$.

$$f'(x) = \frac{(x^2)' \cdot (3x-5) - x^2 \cdot (3x-5)'}{(3x-5)^2} =$$

$$= \frac{2x \cdot (3x-5) - x^2 \cdot 3}{(3x-5)^2} = \frac{6x^2 - 10x - 3x^2}{(3x-5)^2} = \frac{3x^2 - 10x}{(3x-5)^2}$$

Odgovor: $f'(x) = \frac{3x^2 - 10x}{(3x-5)^2}$

0

1

bod

29.3. Za koji realan broj x funkcija $f(x) = x^3 - 3x + 5$ postiže lokalni maksimum?

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$3x^2 - 3 = 0 \quad | :3$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1 \quad | \sqrt{}$$

$$x = \pm 1$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 1$$

$$f''(x) = 6x$$

$$f''(-1) = 6 \cdot (-1) = -6 < 0$$

\Rightarrow za $x = -1$ se postiže maksimum

$$f''(1) = 6 \cdot 1 = 6 > 0$$

\Rightarrow za $x = 1$ se postiže minimum

Odgovor: $x = -1$

0

1

2

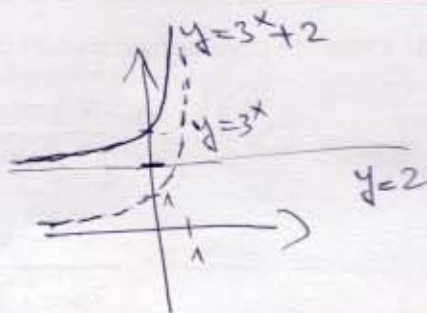
bod



29.4. Zadana je funkcija $f(x) = 3^x + 2$.

Odredite skup svih vrijednosti (sliku) funkcije.

Odgovor: $\langle 2, +\infty \rangle$



Koliko rješenja ima jednačba $f(x) = -3$?

$3^x + 2 = -3$ $3^x = -5$ što je nemoguće

Odgovor: niti jedno

0 ☐
1 ☐
2 ☐

bod

29.5. Zadane su funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ i $g(x) = 2x - 3$.

Riješite jednačbu $(f \circ g)(x) = 2$.

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{2x - 3}$$

$$\sqrt{2x - 3} = 2$$

$$2x - 3 = 4$$

$$2x = 7 \quad | :2$$

$$\boxed{x = \frac{7}{2}}$$

Odgovor: $x = \frac{7}{2}$

0 ☐
1 ☐
2 ☐

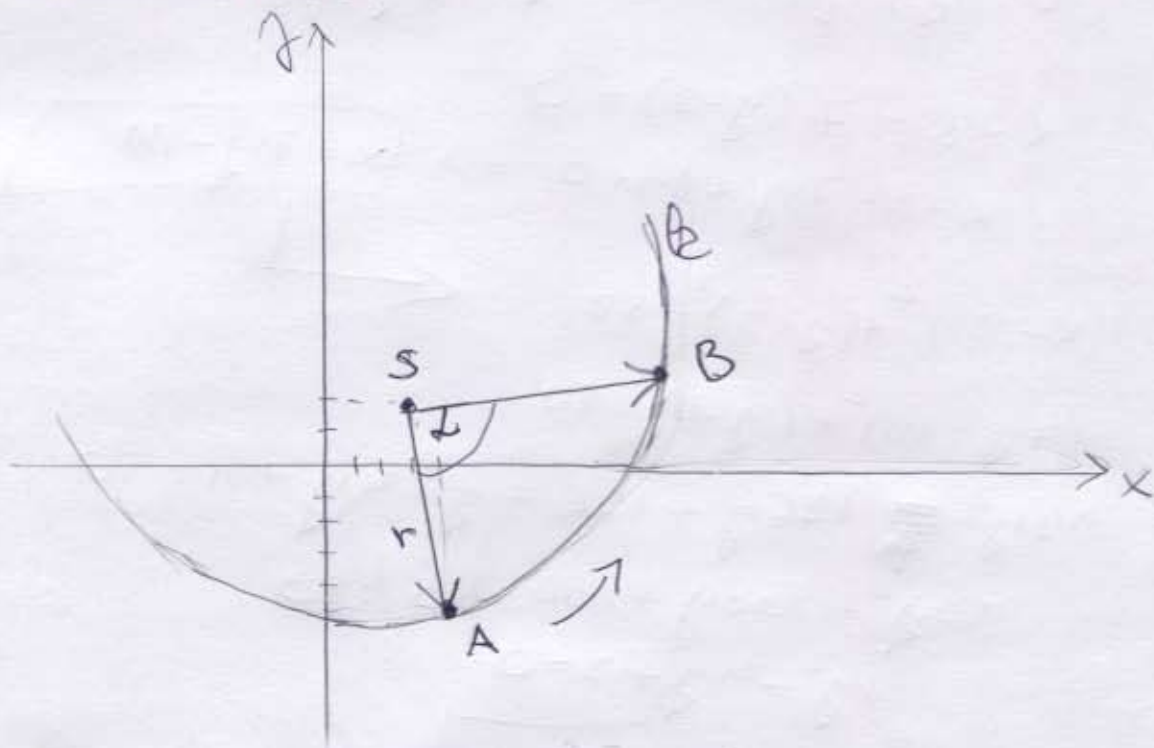
bod



30. Tijelo kreće iz točke $A(4, -5)$ i giba se po kružnici sa središtem u $S(3, 2)$

u pozitivnome smjeru do točke $B(x, y)$. Duljina kružnoga luka \widehat{AB} je $|\widehat{AB}| = \frac{5\sqrt{2} \cdot \pi}{2}$.

Odredite koordinate točke B .



$$r = d(A, S) = \sqrt{(4-3)^2 + (-5-2)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$l = \widehat{AB} \Rightarrow \frac{r R \alpha}{180} = \frac{5\sqrt{2} R}{2}$$

$$\frac{5\sqrt{2} R}{180} = \frac{5\sqrt{2} R}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 90^\circ}$$

$$B(x, y) = ? \quad (x-3)^2 + (y-2)^2 = r^2 \quad S(3, 2)$$

$$k \dots \quad (x-3)^2 + (y-2)^2 = 50$$



$$\alpha = \angle(\vec{SA}, \vec{SB}) = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \vec{SA} \cdot \vec{SB} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{SA} = \vec{u} - 7\vec{v} \\ \vec{SB} = (x-3)\vec{u} + (y-2)\vec{v} \end{cases}$$

$$(\vec{u} - 7\vec{v}) \cdot [(x-3)\vec{u} + (y-2)\vec{v}] = 0$$

$$x-3-7(y-2)=0$$

$$x-3-7y+14=0 \Rightarrow \boxed{x=7y-11}$$

$$P_2 \dots (x-3)^2 + (y-2)^2 = 50$$

$$(7y-14)^2 + (y-2)^2 = 50$$

$$49y^2 - 196y + 196 + y^2 - 4y + 4 = 50$$

$$50y^2 - 200y + 200 = 50 \quad | :50$$

$$y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$y_1 = 1$$

$$x_1 = -4$$

$$\boxed{\begin{matrix} y_2 = 3 \\ x_2 = 10 \end{matrix}} \Rightarrow (10, 3)$$

Odgovor: B



B(10,3)

0
1
2
3
4
bod

