



I. Gugić, V. Halusek, Lj. Herceg,
S. Komadina, Z. Martinec, J. Muraja, V. Nikolaus

REZULTATI SADRŽAJNE ANALIZE NACIONALNIH ISPITA **IZ MATEMATIKE** s primjerima zadataka



Nacionalni centar
za vanjsko vrednovanje
obrazovanja

REZULTATI SADRŽAJNE ANALIZE **NACIONALNIH ISPITA IZ MATEMATIKE** S PRIMJERIMA ZADATAKA
PRIRUČNIK ZA NASTAVNIKE



Nacionalni centar
za vanjsko vrednovanje
obrazovanja

REZULTATI SADRŽAJNE ANALIZE NACIONALNIH ISPITA IZ MATEMATIKE S PRIMJERIMA ZADATAKA PRIRUČNIK ZA NASTAVNIKE

Nakladnik

Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja

Za nakladnika

Ivana Katavić, prof.

Urednica

dr. sc. Jasmina Muraja

Autori

Ivana Gugić, prof.

dr. sc. Vlado Halusek

Ljerka Herceg, prof.

Snježana Komadina, prof.

Zvezdana Martinec, prof.

dr. sc. Jasmina Muraja

Vesko Nikolaus, prof.

Autor analiza

Zoran Žitnik, prof.

Recenzenti

prof. dr. sc. Sanja Rukavina

doc. dr. sc. Ivana Slamić

Lektura

Mirjana Gašperov

Korektura

Damir Maligec

Grafičko oblikovanje i priprema za web

Sveučilišna tiskara d.o.o., Zagreb

Naklada

1000

ISBN 978-953-7556-71-6

CIP zapis dostupan u računalnome katalogu Nacionalne
i sveučilišne knjižnice u Zagrebu pod brojem 001053974

Copyright © Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja

Sva su prava pridržana. Nije dopušteno niti jedan dio ove publikacije reproducirati ili distribuirati
u bilo kojemu obliku ili pohraniti u bazi podataka bez prethodnoga pisanog odobrenja nakladnika.



Nacionalni centar
za vanjsko vrednovanje
obrazovanja

Rezultati sadržajne analize
nacionalnih ispita iz matematike
s primjerima zadataka

Priručnik za nastavnike

Zagreb
2020.

SADRŽAJ

PREDGOVOR	5
1. UVOD	7
1.1. OPIS PROJEKTA NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA 2011. – 2014.	7
1.2. CILJEVI I SVRHA PROJEKTA NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA 2011. – 2014.	7
2. NACRT I METODOLOGIJA PROJEKTA NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA 2011. – 2014.	11
2.1. ETAPE PROJEKTA NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA 2011. – 2014.	11
2.2. CILJANE SKUPINE I STRATIFIKACIJA UZORKA	12
2.3. NACRT NACIONALNOGA ISPITA 2014. GODINE	13
3. MATEMATIČKE KOMPETENCIJE	15
3.1. MATEMATIČKI SADRŽAJI	15
3.2. MATEMATIČKI PROCESI	17
3.3. SADRŽAJNA STRUKTURA NACIONALNOGA ISPITA 2014. GODINE	19
3.4. SADRŽAJNA RAZRADA PODRUČJA MATEMATIKE ZA OSNOVNE ŠKOLE U SKLOPU PROJEKTA NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA 2011. – 2014.	21
3.5. SADRŽAJNA RAZRADA PODRUČJA MATEMATIKE ZA OSNOVNE ŠKOLE – TESTIRANJE 2014. GODINE	24
3.5.1. BROJEVI, ALGEBRA I FUNKCIJE	24
3.5.2. GEOMETRIJA I MJERENJE	30
3.5.3. PODATCI	32
4. REZULTATI SADRŽAJNE ANALIZE S PRIMJERIMA ZADATAKA	35
4.1. BROJEVI, ALGEBRA I FUNKCIJE	36
4.2. GEOMETRIJA I MJERENJE	146
4.3. PODATCI	185
5. ZAKLJUČCI	195
LITERATURA	199

PREDGOVOR

Pored jezika i glazbe, matematika je jedna od glavnih manifestacija slobodne stvaralačke snage ljudskoga uma i univerzalno sredstvo za razumijevanje svijeta uz pomoć teorijskih konstrukcija.

Hermann Weyl

Priručnik *Rezultati sadržajne analize nacionalnih ispita iz Matematike s primjerima zadataka* rezultat je dugogodišnjega razvoja, implementacije i analiza nacionalnih ispita. Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja provodi nacionalne ispite od 2006. godine u srednjim školama, a od 2007. godine u osnovnim školama. Podatci korišteni u priručniku rezultat su sadržajne analize nacionalnih ispita iz Matematike u osnovnim školama provedenih od 2011. do 2014. godine. To su ujedno prvi nacionalni ispiti kojima su ispitane matematičke kompetencije učenika osmih razreda osnovnih škola.

Vrlo je važno provoditi te ispite kako bi se učenicima osnovnih škola omogućilo stjecanje matematičkih kompetencija nužnih za njihov razvoj. Slijedom toga važno je i sustavno provjeravati i vrednovati jesu li i do koje mjere učenici stekli znanje i vještine koje uključuje matematika. Matematika kao jedna od najstarijih disciplina sastavni je dio različitih područja i ujedno ima važnu ulogu u svakodnevnim situacijama u kojima se svaki pojedinac treba snalaziti uz pomoć vještina koje je stekao redovnim obrazovanjem.

U projekt *Nacionalni ispiti iz Matematike u osnovnim školama 2011. – 2014.* (u daljnjemu tekstu: NI – OŠ – MAT 2011. – 2014.) uključena sam od samoga početka od razvoja metodologije, provedbe do sadržajne analize ispita i izrade priručnika. Zadovoljstvo mi je bilo surađivati sa svim stručnjacima iz područja matematike, posebice članovima stručne radne skupine koja je sudjelovala u projektu *Sadržajna analiza i kodiranje nacionalnih ispita iz Matematike* provedenih od 2016. do 2018. godine u sklopu projekta *Nacionalni ispiti iz Matematike u osnovnim školama 2011. – 2014.*

Zahvaljujem stručnjacima koji su izradili model i nacrt ispitivanja kao i zadatke svih područja te kolegama i kolegicama koji su temeljito pristupili kodiranju i iscrpnim analizama, a koji su ujedno i autori priručnika. U nastavku ćemo predstaviti priručnik i rezultate sadržajne analize stručnjacima i javnosti sa željom da sve zaključke i preporuke prenesemo stvarnim korisnicima s ciljem unapređenja nastave Matematike.

Također, zahvaljujem svim školama koje su sudjelovale u provedbi nacionalnih ispita i na taj način još jednom iskazale veliki interes za suradnju s Nacionalnim centrom za vanjsko vrednovanje obrazovanja i vjeru da će se dobiveni rezultati upotrebljavati za unapređenje cjelokupnoga obrazovnog sustava.

Priručnik je namijenjen **učiteljima i nastavnicima** Matematike te ostalim dionicima odgojno-obrazovnog sustava kako bi bili upoznati s rezultatima ispitivanja i analiza.

dr. sc. Jasmina Muraja



1. UVOD

1.1. OPIS PROJEKTA NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA 2011. – 2014.¹

Osnovni je cilj projekta NI – OŠ – MAT 2011. – 2014. obuhvatiti razine znanja, vještina i sposobnosti učenika iz područja matematike na kraju osnovnoškolskoga obrazovanja, ali i utvrditi potencijalne probleme u usvajanju znanja i kompetencija iz područja matematike tijekom osnovnoškolskoga obrazovanja.

Ostali su ciljevi utvrđivanje čimbenika koji utječu na stjecanje razina znanja, vještina i sposobnosti učenika iz područja matematike, uspostavljanje kriterija razine znanja, vještina i sposobnosti učenika iz područja matematike na kraju osnovnoškolskoga obrazovanja, uspostavljanje procedura i standardizaciju postupaka u provedbi nacionalnih ispita te izradu baze zadataka.

Važna je odrednica projekta integriranje ispitivanja razine znanja, vještina i sposobnosti učenika te istraživanje potencijalnih problema u učenju matematike u osnovnoj školi. Utvrđivanje razine znanja, vještina i sposobnosti ne omogućuje uvid u procese njihova stjecanja i zbog toga ne pridonosi obrazovnomu procesu. Integracija obaju pristupa može pridonijeti potpunijemu uvidu u postignuća učenika i dati odgovore na važna pitanja u procesu matematičkoga obrazovanja.

1.2. CILJEVI I SVRHA PROJEKTA NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA 2011. – 2014.

Opći ciljevi nacionalnoga ispita iz Matematike u osnovnoj školi su:

- detaljno procijeniti razine matematičkih znanja, vještina i sposobnosti učenika pri završetku osmoga razreda osnovne škole
- utvrditi postojeće probleme i neke od općih i specifičnih čimbenika koji utječu na stjecanje znanja i razvoj vještina iz područja matematike tijekom osnovnoškolskoga obrazovanja
- izraditi prijedlog kriterija potrebnih razina matematičkih znanja i vještina pri završetku osnovnoškolskoga obrazovanja
- razviti standardizirani ispit znanja iz Matematike na obrazovnoj razini osmoga razreda osnovne škole
- izraditi prijedlog standardnih procedura za organizaciju i provedbu nacionalnih ispita
- izraditi sadržajnu osnovu za banku matematičkih zadataka koja će se upotrebljavati za buduća ispitivanja

¹ Dijelovi teksta preuzeti su iz izvještaja o projektu NI – OŠ – MAT 2011. – 2014. te su obrađeni.

- predstaviti rezultate projekta svim dionicima odgojno-obrazovnog sustava te zainteresiranoj znanstvenoj, stručnoj i široj javnosti.

Svrha je projekta NI – OŠ – MAT 2011. – 2014. pomoći:

- kreatorima obrazovnih politika, a osobito kreatorima nacionalnoga kurikula i školskih matematičkih kurikula u optimalnome definiranju ciljeva matematičkoga obrazovanja i očekivanih odgojno-obrazovnih postignuća učenika (ishoda učenja) iz Matematike u osnovnoj školi
- učiteljima Matematike u boljem objektivnom sagledavanju matematičkih postignuća učenika u odnosu na postignuća njihovih vršnjaka obuhvaćenih istraživanjem te boljem sagledavanju odgojno-obrazovnih potreba učenika u Matematici
- učiteljima Matematike u organizaciji, planiranju i izvođenju nastave Matematike, a osobito u tranziciji iz poučavanja usmjerenoga stjecanju vještina rješavanja rutinskih zadataka u poučavanje usmjereno stjecanju matematičke kompetencije
- učiteljima Matematike u razvoju i unapređenju sustava formativnoga i sumativnoga vrednovanja učenika
- učiteljima drugih odgojno-obrazovnih područja i predmeta u boljem sagledavanju matematičkih kompetencija učenika te boljem povezivanju nastave Matematike s nastavom drugih predmeta, tj. u osiguravanju horizontalne povezanosti obrazovanja
- nastavnicima Matematike srednjih škola u stjecanju objektivnijega uvida u matematička postignuća učenika pri završetku osnovne škole i prilagodbi nastave Matematike odgojno-obrazovnim potrebama učenika, osobito u početnim razredima srednjoškolskoga matematičkoga obrazovanja, tj. u osiguravanju vertikalne povezanosti matematičkoga obrazovanja
- učenicima u objektivnomu sagledavanju matematičkih postignuća i razvoju odgovornosti za uspjeh i napredak u Matematici
- roditeljima/skrbnicima u objektivnomu sagledavanju matematičkih postignuća i pružanju odgovarajuće podrške razvoju odgovornosti učenika prema učenju Matematike i ostvarivanju uspjeha u Matematici
- akademskoj zajednici, a osobito nastavničkim fakultetima te znanstvenicima i stručnjacima u području matematičkoga obrazovanja (metodičarima nastave Matematike) u podizanju kvalitete inicijalnoga metodičkoga obrazovanja učitelja i nastavnika Matematike
- kreatorima sustava cjeloživotnoga stručnog obrazovanja učitelja i nastavnika Matematike u razvoju i unapređenju toga sustava
- autorima matematičkih udžbenika za osnovnu školu u njihovoj prilagodbi prema učenju i poučavanju usmjerenomu stjecanju matematičke kompetencije
- široj javnosti u stjecanju boljšeg uvida u matematičke kompetencije učenika pri završetku osnovne škole.

Specifični ciljevi sadržajne analize zadataka i ispita iz Matematike 2014. godine:

- detaljno procijeniti razine matematičkih znanja, vještina i sposobnosti učenika pri završetku osmoga razreda osnovne škole
- utvrditi postojeće i potencijalne probleme u stjecanju znanja te razvoju vještina i sposobnosti iz Matematike tijekom osnovnoškolskoga obrazovanja
- razviti detaljan kodni plan koji obuhvaća sve poželjne, očekivane i primijenjene ispravne strategije rješavanja svakoga zadatka te sve očekivane i učestale uočene pogreške učenika
- predstaviti rezultate sadržajne analize stručnjacima, nastavnicima, dionicima obrazovnog sustava i javnosti.



2. NACRT I METODOLOGIJA PROJEKTA NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA 2011. – 2014.

2.1. ETAPE PROJEKTA NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA 2011. – 2014.

U svrhu detaljne procjene razine matematičkih znanja, vještina i sposobnosti učenika osmih razreda osnovnih škola područje matematike podijeljeno je na sedam sadržajnih cjelina raspoređenih u tri etape. Sadržajne cjeline predložili su članovi stručne radne skupine, a detaljno su opisane u trećemu poglavlju *Matematičke kompetencije*.

Četvrta etapa posljednji je dio projekta u kojoj se na temelju svih prethodnih etapa strukturira cjeloviti ispit za procjenu i praćenje razina matematičkih znanja, vještina i sposobnosti na kraju osnovnoškolskoga obrazovanja.

U prvim trima etapama projekta nastojali su se utvrditi potencijalni problemi u stjecanju matematičkih znanja i vještina te u razvoju sposobnosti ispitivanjem cijeloga spektra znanja i vještina iz određenoga područja od najnižih do najviših razina i jedinica znanja pojedinoga područja. Osim utvrđivanja matematičkih znanja i sposobnosti učenika osmih razreda prikupit će se i pretestirati veliki broj zadataka iz svih područja matematike.

Na temelju dobivenih rezultata u četvrtoj etapi strukturiran je ispit iz Matematike.

Ispitane sadržajne cjeline u sklopu projekta NI – OŠ – MAT 2011. – 2014. prema etapama

Prva etapa – 2011. godine

1.1. Brojevi

1.2. Algebra – bez koordinatnoga sustava te grafičkoga i tabličnoga prikaza funkcije

Druga etapa – 2012. godine

2.1. Oblik i prostor – bez koordinatnoga sustava i grafičkoga prikaza funkcije

Treća etapa – 2013. godine

3.1. Algebra – zapisi funkcije

3.2. Oblik i prostor – koordinatni sustav na pravcu i u ravnini

3.3. Mjerenje

3.4. Podatci

4. Etapa – 2014. godine

NACIONALNI ISPIT IZ MATEMATIKE – cjeloviti ispit za provjeru i praćenje dostignute razine matematičkih znanja, vještina i sposobnosti tijekom osnovnoškolskoga obrazovanja

2.2. CILJANA SKUPINA I STRATIFIKACIJA UZORKA

U svakoj etapi provedbe projekta sudjelovale su matične i područne osnovne škole iz cijele Hrvatske. Uzorak je u svakoj etapi nastojao obuhvatiti od 4000 do 5000 učenika osmih razreda osnovnih škola odnosno između 8 % i 11 % svih učenika pojedine generacije.

Stratificirani je uzorak dvoetačni odnosno na dvjema je razinama:

1. škole stratificirane:

- a. prema županijama (s kontrolom regije) – postotak zastupljenosti
- b. prema prosječnim ocjenama općega uspjeha i uspjeha iz Matematike u sedmome razredu (dodatna kontrola uspjeha na polugodištu osmoga razreda)
- c. prema veličini škole – broj učenika
- d. prema vrsti škole (matična, područna)

2. učenici stratificirani:

- a. prema županiji (s kontrolom regije) – postotak zastupljenosti
- b. prema spolu – postotak zastupljenosti
- c. prema prosječnome općem uspjehu u sedmome razredu
- d. prema uspjehu iz Matematike u sedmome razredu.

Ovakvom stratifikacijom uzorka škola i učenika nastojala se postići i održati reprezentativnost za područje Republike Hrvatske. S obzirom na ciljeve, resurse i odrednice uzorkovanja u sklopu projekta, ispitivanje se provodilo isključivo u osnovnim školama s regularnim programom u kojima se nastava održava na hrvatskome jeziku za učenike bez prilagodba ili prema posebnome programu.

Uzorak u četvrtoj etapi projekta izrađen je na temelju podataka o 41077 učenika ciljne populacije. Ciljna populacija obuhvatila je 94,9 % ukupne populacije svih učenika osmih razreda osnovnih škola 2014. godine (43277 učenika). U ispitivanju je sudjelovalo 3795 učenika osmih razreda (3635 iz matičnih i 160 iz područnih škola) iz 151 osnovne škole (134 matične škole i 17 područnih škola) iz svih županija Republike Hrvatske. Završni je uzorak obuhvatio 9,24 % učenika ciljne populacije odnosno 8,77 % ukupne populacije.

Doprinos razvoju predtercijarnoga odgojno-obrazovnoga sustava

Važna je odrednica projekta NI – OŠ – MAT 2011. – 2014. integriranje razvoja standardiziranoga ispitivanja razine znanja, vještina i sposobnosti s istraživanjem potencijalnih problema u učenju Matematike u osnovnoj školi. Samo utvrđivanje razine znanja, vještina i sposobnosti ne omogućuje uvid u procese njihova stjecanja te time ne ispunjava svoj puni potencijal u doprinosu obrazovnomu procesu. Integracija obaju pristupa može pridonijeti potpunijemu uvidu u postignuća učenika i dati odgovore na neka važna pitanja u procesu matematičkoga obrazovanja. Dodatna je vrijednost ovakvoga pristupa u razvoju procedura koje prate kreiranje standardiziranoga ispita te u upoznavanju škola s organizacijom i provedbom takvoga ispita. Tijekom četiri godine provedbe, u koju su

bile uključene gotovo sve osnovne škole u Republici Hrvatskoj, ostvarena je izvrsna suradnja sa školama te vrlo profesionalan stupanj komunikacije i suradnje. U organizaciji i provedbi bilo koje vrste takvoga ispitivanja škole su važan i neizostavan čimbenik osiguravanja kvalitete i valjanosti ispitivanja.

Suradnici u projektu NI – OŠ – MAT 2011. – 2014.

Članice stručne radne skupine prof. dr. sc. Aleksandra Čižmešija, voditeljica skupine (Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odsjek, Sveučilište u Zagrebu), Renata Svedrec, prof. (OŠ Otok, Zagreb), dr. sc. Dubravka Glasnović Gracin (Učiteljski fakultet, Sveučilište u Zagrebu) i Tanja Soucie, prof. (OŠ Matka Laginje, Zagreb) bile su dio projektnoga tima. U projektu su sudjelovali i djelatnici Nacionalnoga centra za vanjsko vrednovanje obrazovanja dr. sc. Jasmina Muraja (voditeljica projekta), Zoran Žitnik, prof. (projektni koordinator i psihometrijska obrada podataka) i Zlatko Zadelj, dipl. ing. (predmetni koordinator).

2.3. NACRT NACIONALNOGA ISPITA 2014. GODINE

Nacionalni ispit iz Matematike 2014. godine sadržavao je metrijski primjerene zadatke iz svih područja sadržajne strukture na temelju rezultata probnoga ispitivanja iz prethodnih etapa projekta. Iz baze zadataka (od 461 zadatka), a prema ciljnoj zastupljenosti u sadržajnoj strukturi odabrani su zadatci s primjerenom diskriminativnosti i raspoređeni su prema skali postignuća.

Zastupljenost zadataka u pojedinim područjima sadržajne strukture ispita odredila je stručna radna skupina prema svojoj stručnoj procjeni, a na temelju važnosti u Nastavnom planu i programu za osnovnu školu (MZOS, 2006) odnosno prema satnici pojedina ga sadržajnog područja.

Tablica 2.3.1. Zastupljenost zadataka u ispitu prema sadržajnim područjima

1. RAZINA – SADRŽAJNO PODRUČJE	2. RAZINA – SADRŽAJNO POTPODRUČJE	CILJANI POSTOTAK 1. RAZINE (%)	CILJANI POSTOTAK 2. RAZINE (%)	BROJ ZADATAKA U ISPITU 1. RAZINE (N)	BROJ ZADATAKA U ISPITU 2. RAZINE (N)	POSTIGNUTI POSTOTAK 1. RAZINE (%)	POSTIGNUTI POSTOTAK 2. RAZINE (%)
Brojevi, algebra i funkcije	Brojevi	60,0	30,0	18	9	58,1	29,0
	Algebra		20,0		6		19,4
	Funkcije		10,0		3		9,7
Geometrija i mjerenje	Oblik i prostor	35,0	5,0	11	2	35,5	6,5
	Mjerenje		20,0		6		19,4
	Koordinatni sustav		10,0		3		9,7
Podatci	Statistika	5,0	4,0	2	2	6,5	6,5
	Prebrojavanje i vjerojatnost		1,0		0		0
UKUPNO				31	31		

Ispit traje 80 minuta i sadrži 31 zadatak ciljno raspoređen u sadržajnoj strukturi, tj. nacrtu ispita. Osim na 2. razini sadržajne strukture u potpodručju *Prebrojavanje i vjerojatnost*, svugdje su postignuti traženi omjeri.² U daljnje primjene standardiziranoga ispita moguće je uključiti i trenutačno izostavljeno potpodručje bez narušavanja standardizacije ispita.³

² S obzirom na mali traženi postotak u ciljnoj zastupljenosti područja sadržajne strukture ispita, a bez narušavanja ostalih omjera, sadržajno područje *Prebrojavanje i vjerojatnost* nije bilo zastupljeno u ispitu iz 2014.

³ Kontrolirano uključivanje zadataka u daljnje primjene standardiziranoga ispita, a poglavito već probno ispitanih zadataka sukladno ciljnoj zastupljenosti i metodologiji obrade rezultata ne narušava standardizaciju ispita.

3. MATEMATIČKA KOMPETENCIJA

Matematička kompetencija⁴ **sposobnost je razvoja i primjene matematičkoga mišljenja** u rješavanju svakodnevnih problematičnih situacija. Uključuje na različitim stupnjevima **sposobnost i volju za korištenjem matematičkih načina mišljenja** (logičko i prostorno mišljenje) i **prikazivanja** (formule, modeli, konstrukcije, grafovi).

Temeljne matematičke vještine važne su svakomu pojedincu za razumijevanje pojava i zakonitosti u prirodi, društvu i tehnici te za primjenu Matematike u svakodnevnome životu. Vrlo je važno početi razvijati te vještine u najranijoj fazi učenja Matematike i, isto tako, razvijati apstraktno mišljenje i logičko zaključivanje te poticati radoznalost i domišljatost učenika pri rješavanju različitih matematičkih zadataka kako bi nakon završetka školovanja bili konkurentni na tržištu rada. Potrebno je i dalje podržavati provedbu ovakvih i sličnih obrazovnih istraživanja koja daju jasne smjernice za prilagodbu i promjene metoda poučavanja i kurikula.

3.1. MATEMATIČKI SADRŽAJI

Matematički sadržaji definiraju specifične matematičke kompetencije. U sklopu projekta NI – OŠ – MAT 2011. – 2014. organizirani su u tri matematička sadržajna područja:

- *Brojevi, algebra i funkcije*
- *Geometrija i mjerenje*
- *Podatci.*

Sadržajno potpodručje *Brojevi* obuhvaća:

- razlikovanje brojeva i upotrebu njihovih različitih zapisa
- uspoređivanje brojeva i računanje s brojevima u različitim zapisima (zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje, kvadriranje i korjenovanje)
- primjenu svojstava i međusobnih odnosa i veza računskih operacija
- približno računanje i procjenu rezultata
- primjenu brojeva, njihovih zapisa i računskih operacija u rješavanju matematičkih i svakodnevnih problema.

Sadržajno potpodručje *Algebra i funkcije* obuhvaća:

- predalgebarske vještine (postotci i postotni račun, omjeri i razmjeri te proporcionalno mišljenje u jednostavnim situacijama)
- prepoznavanje i nastavljavanje nizova

⁴ Matematika u Nacionalnome okvirnom kurikulumu – ishodi učenja (prof. dr. sc. Hrvoje Kraljević, prof. dr. sc. Aleksandra Čizmešija, PMF – Matematički odjel, Sveučilište u Zagrebu, 6. svibnja 2009.).

- prikazivanje matematičke situacije uz pomoć algebarskih simbola
- manipuliranje algebarskim izrazima
- rješavanje linearnih jednadžba i sustava dviju linearnih jednadžba s dvjema nepoznanicama
- upotrebu formula i prepoznavanje linearne ovisnosti te koncepta varijable
- primjenu algebarskoga zapisa i linearne funkcije u rješavanju jednostavnih matematičkih i svakodnevnih problema.

Sadržajno potpodručje *Oblik i prostor* obuhvaća:

- upotrebu koordinatnoga sustava na pravcu i u ravnini
- prepoznavanje, imenovanje i razlikovanje geometrijskih oblika u ravnini te upotrebu njihovih svojstava i odnosa
- prepoznavanje, imenovanje i razlikovanje osnovnih geometrijskih oblika u prostoru
- prepoznavanje i primjenu sukladnosti i sličnosti trokuta
- prepoznavanje i primjenu osnovnih preslikavanja ravnine
- prepoznavanje ravninskih i prostornih oblika, kao i sukladnosti, sličnosti i simetrije u jednostavnim situacijama.

Sadržajno potpodručje *Mjerenje* obuhvaća:

- računanje s mjernim jedinicama te njihovu primjenu u svakodnevnim situacijama
- određivanje mjerljivih obilježja geometrijskih oblika u ravnini i prostoru
- primjenu mjerenja i mjernih jedinica u rješavanju problemskih zadataka.

Sadržajno područje *Podatci* obuhvaća:

- organiziranje, prikazivanje, čitanje i interpretiranje zadanih brojčanih i kategorijalnih podataka
- određivanje frekvencije, relativne frekvencije i aritmetičke sredine.

Ispitivanje matematičkih znanja i vještina u svakome sadržajnom području treba sadržavati zadatke koji uključuju različite matematičke procese i kognitivne razine, kao i zadatke primjene u svakodnevnome životu.

3.2. MATEMATIČKI PROCESI

Matematički procesi opisuju tzv. opće matematičke kompetencije, tj. matematičke vještine zajedničke svim matematičkim sadržajima, a čiji razvoj treba omogućiti nastava Matematike. Ti procesi su:

- prikazivanje i komunikacija
- povezivanje
- logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje
- rješavanje problema i matematičko modeliranje
- primjena tehnologije.

Prikazivanje i komunikacija obuhvaćaju:

- organizirano prikazivanje matematičkih objekata, ideja, postupaka i rješenja riječima, crtežima, dijagramima, grafovima, listama, tablicama, brojevima i simbolima
- izdvajanje i interpretiranje informacije iz raznovrsnih zadanih prikaza.

Povezivanje obuhvaća:

- uspostavljanje veza i odnosa među matematičkim objektima, idejama, pojmovima, prikazima i postupcima te oblikovanje cjeline njihovim povezivanjem
- uspoređivanje, grupiranje i klasifikaciju objekata prema zadanome kriteriju.

Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje obuhvaća:

- obrazlaganje odabira matematičkih postupaka
- utvrđivanje smislenosti dobivenoga rezultata
- zaključivanje nepotpunom indukcijom i/ili neformalnom dedukcijom
- primjenjivanje analogije, generalizacije i specijalizacije u jednostavnim situacijama
- kreativno, kritičko i fleksibilno razmišljanje
- razumijevanje utjecaja ljudskih čimbenika i vlastitih uvjerenja na zaključivanje.

Rješavanje problema i matematičko modeliranje obuhvaća:

- analizu jednostavnijega problema, planiranje njegova rješavanja odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka, rješavanje problema te interpretaciju i vrednovanje rješenja
- primjenu matematičkih pojmova i postupaka u različitim nematematičkim kontekstima bliskima učenicima
- izgrađivanje novoga matematičkog znanja modeliranjem situacija i rješavanjem problema.

Primjena tehnologije obuhvaća:

- razvijanje vještine racionalnoga i učinkovitoga korištenja tehnologije za rasterećivanje od računanja ili grafičkoga prikazivanja u situacijama kada su u središtu interesa matematičke ideje
- prikupljanje, organizaciju i prikazivanje podataka i informacija
- istraživanje i analizu matematičkih ideja, eksperimentiranje s njima i provjeru pretpostavka
- rješavanje problema i modeliranje
- pristup matematičkim pojmovima i iskustvima koja se ne mogu doseći bez tehnologije
- razumijevanje prednosti i nedostataka primjene različitih vrsta tehnologije.

Razine kognitivnih procesa⁵

Matematički se procesi ne ispituju zasebno, nego u kontekstu različitih matematičkih sadržaja na trima razinama kognitivnih procesa, a u sklopu projekta definirane su na sljedeći način:

- poznavanje osnovnih matematičkih činjenica i postupaka
- jednostavnije povezivanje matematičkih činjenica i postupaka
- složenije povezivanje matematičkih činjenica i postupaka i rješavanje nestandardnih matematičkih problema.

Poznavanje osnovnih činjenica i postupaka obuhvaća temeljne matematičke činjenice (pojmove, definicije, svojstva, pravila, formule i sl.) i postupke (izvođenje računskih operacija, metode rješavanja jednadžba, osnovne konstrukcije i sl.) koji se najčešće upotrebljavaju u rješavanju zadataka.

Jednostavnije povezivanje matematičkih činjenica i postupaka obuhvaća odabir i objedinjavanje matematičkih ideja i postupaka radi rješavanja jednostavnijih i donekle poznatih problemskih zadataka.

Složenije povezivanje matematičkih činjenica i postupaka i rješavanje nestandardnih matematičkih problema obuhvaća vještine analize i sinteze, generalizacije i specijalizacije.

⁵ Opisi razina kognitivnih procesa u ovome priručniku preuzeti su iz projektne dokumentacije (razradile su ih članice stručne radne skupine za izradu ispitnih specifikacija i zadataka).

3.3. SADRŽAJNA STRUKTURA ISPITA 2014. GODINE

Sadržajna struktura ispita propisuje sadržaj ispita, a temelji se na prethodno definiranim matematičkim sadržajnim područjima i procesima sukladno Nastavnomu planu i programu za osnovnu školu iz Matematike (MZOS, 2006) i Nacionalnom okvirnom kurikulumu za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje (MZOS, 2011).

Svako sadržajno područje podijeljeno je na nekoliko potpodručja koja su podijeljena na nekoliko manjih tema. Za svaku su temu definirani mjerljivi ishodi učenja na temelju kojih su izrađeni ispitni zadatci.

U tablici je prikazana sadržajna struktura ispita iz Matematike u osmim razredima osnovne škole za sve etape projekta od razine sadržajnog područja do razine ishoda učenja.

Tablica 3.3.1. Tri razine sadržajne strukture ispita iz Matematike u osmim razredima osnovne škole

1. RAZINA – SADRŽAJNO PODRUČJE	2. RAZINA – SADRŽAJNO POTPODRUČJE	3. RAZINA – TEMA	BROJ ISHODA UČENJA
Brojevi, algebra i funkcije	Brojevi	Prirodni brojevi	8
		Razlomci, decimalni brojevi i postotci	12
		Cijeli brojevi	3
		Realni brojevi	4
	Algebra	Predalgebarske vještine (omjer, razmjer, postotni račun)	6
		Zakonitosti u brojevnim nizovima	2
		Algebarski izrazi	3
		Jednadžbe	6
		Formule	1
	Funkcije	Ovisnost dviju veličina	5
Linearna funkcija		6	
Geometrija i mjerenje	Oblik i prostor	Geometrijski oblici u ravnini	13
		Preslikavanja ravnine	5
		Geometrijski oblici u prostoru	8
	Mjerenje	Osnovne mjere i mjerne jedinice	6
		Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela	11
	Koordinatni sustav na pravcu i u ravnini	Koordinatni sustav na pravcu	3
		Koordinatni sustav u ravnini	9
Podatci	Statistika	Brojčana obilježja podataka	3
		Prikazivanje i analiza podataka	4
	Prebrojavanje i vjerojatnost	Prebrojavanje	3
		Vjerojatnost slučajnoga događaja	3
Ukupno			124

Na četvrtoj razini sadržajne strukture ispita definirani su ishodi učenja na temelju kojih su izrađeni zadatci za probno ispitivanje.

U tablici je prikazana sadržajna struktura ispita iz Matematike u osmim razredima osnovne škole koji je proveden 2014. godine

Tablica 3.3.2. Sadržajna područja – testiranje 2014. godine

1. RAZINA – SADRŽAJNO PODRUČJE	2. RAZINA – SADRŽAJNO POTPODRUČJE	3. RAZINA – TEMA	BROJ ISHODA UČENJA
Brojevi, algebra i funkcije	Brojevi	Prirodni brojevi	5
		Razlomci, decimalni brojevi i postotci	10
		Cijeli brojevi	4
		Realni brojevi	6
	Algebra	Predalgebarske vještine (omjer, razmjer, postotni račun)	5
		Zakovitosti u brojevnim nizovima	1
		Algebarski izrazi	2
		Jednadžbe	4
	Funkcije	Ovisnost dviju veličina	3
		Linearna funkcija	3
Geometrija i mjerjenje	Oblik i prostor	Geometrijski oblici u ravnini	2
		Preslikavanja ravnine	1
	Mjerjenje	Osnovne mjere i mjerne jedinice	3
		Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela	4
	Koordinatni sustav na pravcu i u ravnini	Koordinatni sustav na pravcu	1
		Koordinatni sustav u ravnini	5
Podatci	Statistika	Bročana obilježja podataka	2
		Prikazivanje i analiza podataka	3
Ukupno			64

3.4. RAZRADA ISHODA UČENJA U SADRŽAJNIM CJELINAMA MATEMATIKE U OSNOVNOJ ŠKOLI U SKLOPU PROJEKTA NACIONALNI ISPITI IZ MATEMATIKE U OSNOVNIM ŠKOLAMA 2011. – 2014.

A. BROJEVI I ALGEBRA

Zapisi funkcije

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA (U ZAGRADI OZNAČEN BROJ ZADATAKA KOJIM SE ISPITUJE ISHOD)
Ovisnost dviju veličina	prepoznati različite zapise iste ovisnosti dviju veličina (zapis riječima, tablicom pridruženih vrijednosti ili pravilima pridruživanja ili grafički zapis) (5) prijeći iz jednoga prikaza ovisnosti dviju veličina u drugi (6) prepoznati svojstva grafički zadane ovisnosti dviju veličina (monotonost, periodično ponavljanje, najmanju i/ili najveću vrijednost, nultočke) (5) primijeniti svojstva grafički zadane ovisnosti dviju veličina (monotonost, periodično ponavljanje, najmanju i/ili najveću vrijednost, nultočke) (5) riješiti jednostavnije matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se ovisnostima dviju veličina u različitim zapisima (5)
Linearna funkcija	prepoznati linearnu funkciju u različitim zapisima (zapis riječima, tablicom pridruženih vrijednosti, grafom ili pravilima pridruživanja) (4) prijeći iz jednoga zapisa linearne funkcije u drugi (5) odrediti vrijednost linearne funkcije u zadanoj točki (3) odrediti točku u kojoj linearna funkcija poprima zadanu vrijednost (3) interpretirati značenje koeficijenata linearne funkcije (6) riješiti matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se linearnom funkcijom u različitim zapisima (6)

B. GEOMETRIJA I MJERENJE

Mjerenje

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Osnovne mjere i mjerne jedinice	izmjeriti duljinu uz pomoć ravnala i kut uz pomoć kutomjera (5) nacrtati dužinu zadane duljine uz pomoć ravnala i kut zadane veličine uz pomoć kutomjera (3) procijeniti duljinu u zadanim mjernim jedinicama (2) upotrebljavati standardne uređaje za mjerenje mase, zapremine, temperature i vremena (6) preračunati mjerne jedinice za kut, duljinu, površinu, obujam, masu, vrijeme i novac iz većih u manje te manjih u veće (7) riješiti probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se mjernim jedinicama (8)

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela	primijeniti veze vršnih kutova, susjednih kutova, suplementarnih kutova i kutova uz presječnicu paralelnih pravaca (5) primijeniti izraze za zbroj veličina unutarnjih kutova i zbroj veličina vanjskih kutova trokuta, četverokuta i pravilnih mnogokuta (6) prepoznati sukladnost (4) primijeniti sukladnost trokuta (5) prepoznati sličnost (4) primijeniti sličnost trokuta i proporcionalnost (6) primijeniti vezu obodnoga i središnjega kuta kružnice nad istim kružnim lukom (3) primijeniti Pitagorin poučak i njegov obrat pri određivanju elemenata geometrijskih oblika u ravnini i prostoru (15) izračunati opseg i površinu jednostavnih geometrijskih oblika u ravnini (10) procijeniti opseg i površinu nepravilnoga lika nacrtanoga u kvadratnoj mreži (2) primijeniti izraze za oplošje i obujam kocke i kvadra (5) riješiti matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se mjerljivim obilježjima jednostavnih geometrijskih oblika u ravnini i prostoru (10)

Koordinatni sustav na pravcu i u ravnini

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Koordinatni sustav na pravcu	očitati koordinatu točke s brojevnoga pravca (5) nacrtati točku zadanu koordinatom na brojevnome pravcu (4) riješiti matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se koordinatnim sustavom na pravcu (4)
Koordinatni sustav u ravnini	očitati poziciju objekta u poljima označene pravokutne mreže (1) nacrtati objekt na zadanoj poziciji u poljima označene pravokutne mreže (1) očitati koordinate točke u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini (8) nacrtati točku zadanu koordinatama u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini (5) nacrtati pravac zadan jednadžbom u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini (6) odrediti nagib, odsječak na osi ordinata i jednadžbu pravca u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini (5) riješiti matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se koordinatnim sustavom u ravnini (8)

C. PODATCI

Statistika

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Brojčana obilježja podataka	odrediti frekvenciju i relativnu frekvenciju danih podataka (3) odrediti aritmetičku sredinu danih numeričkih podataka (3) riješiti matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se frekvencijom, relativnom frekvencijom i aritmetičkom sredinom (3)
Prikazivanje i analiza podataka	očitati podatke prikazane tablicom, tablicom frekvencija te slikovnim, stupčastim, kružnim i linijskim dijagramom (6) prikazati podatke na prikladan način tablicom, tablicom frekvencija te stupčastim i kružnim dijagramom (5) tumačiti podatke prikazane tablicom, tablicom frekvencija te slikovnim, stupčastim, kružnim i linijskim dijagramom (6) riješiti probleme iz svakodnevnoga konteksta uz pomoć tablica i dijagrama (7)

Prebrojavanje i vjerojatnost

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Prebrojavanje	ispisati sve objekte odnosno situacije opisane jednim ili s više danih uvjeta (3) prebrojiti objekte odnosno situacije opisane jednim ili s više danih uvjeta (4) riješiti matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga života ispisivanjem i/ili prebrojavanjem odgovarajućih objekata odnosno situacija (4)
Vjerojatnost slučajnoga događaja	primijeniti jezik vjerojatnosti (moguć, nemoguć, siguran, vjerojatan, suprotan događaj) (5) odrediti vjerojatnost događaja u jednostavnim situacijama (5) riješiti matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga života primjenom vjerojatnosti (3)

3.5. SADRŽAJNA RAZRADA PODRUČJA MATEMATIKE ZA OSNOVNE ŠKOLE – TESTIRANJE 2014. GODINE

A. BROJEVI, ALGEBRA I FUNKCIJE	B. GEOMETRIJA I MJERENJE	C. PODATCI
Brojevi Algebra Funkcije	Oblik i prostor Mjerenje Koordinatni sustav na pravcu i u ravnini	Statistika Prebrojavanje i vjerojatnost

3.5.1. Brojevi, algebra i funkcije⁶

U sadržajnom potpodručju *Brojevi* učenici postupno usvajaju apstraktne pojmove kao što su broj, brojevni sustav i skup te razvijaju vještinu izvođenja aritmetičkih postupaka. Brojiti i računati započinje se u skupu prirodnih brojeva s nulom. Postupno se upoznaju skupovi cijelih, racionalnih, iracionalnih, realnih i kompleksnih brojeva. Razvija se predodžba o brojevima, povezuju se njihove različite interpretacije te se upotrebom osnovnih svojstava i međusobnih veza računskih operacija usvaja vještina učinkovitoga i sigurnoga računanja. Tijekom svakoga ciklusa odabirom prikladnoga načina računanja, procjenjujući i preispitujući smislenost rezultata, rješavaju se matematički problemi i problemi iz svakodnevnoga života uz mogućnost upotrebe različitih metoda i tehnologije u svrhu učinkovitosti i točnosti. Koncepti iz sadržajnog potpodručja *Brojevi* temelj su svih ostalih matematičkih koncepata i na njima se gradi daljnje učenje matematike, a učenici će te koncepte u budućnosti svakodnevno upotrebljavati u osobnome, radnome i društvenome okruženju.

Algebra je jezik za opisivanje pravilnosti u kojemu slova i simboli predstavljaju brojeve, količine i operacije, a varijable se upotrebljavaju pri rješavanju matematičkih problema. U sadržajnim potpodručjima *Algebra* i *funkcije* učenici se služe različitim vrstama prikaza i grade algebarske izraze, tablice i grafove radi generaliziranja, tumačenja i rješavanja problemskih situacija. Uočavaju nepoznanice i rješavaju jednadžbe i nejednadžbe računski provođenjem odgovarajućih algebarskih procedura, grafički i uz pomoć tehnologije kako bi otkrili njihove vrijednosti i protumačili ih u danome kontekstu. Određene algebarske procedure upotrebljavaju se i za primjenu formula i provjeravanje pretpostavka. Prepoznavanjem pravilnosti i opisivanjem ovisnosti dviju veličina jezikom algebre učenici definiraju funkcije koje proučavaju, tumače, uspoređuju, grafički prikazuju i upoznaju se s njihovim svojstvima. Modeliraju situacije opisujući ih algebarski, analiziraju i rješavaju matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga života koji uključuju pravilnosti ili funkcijske ovisnosti.

Sadržajno područje *Brojevi, algebra i funkcije* podijeljeno je na tri sadržajna potpodručja: *Brojevi*, *Algebra* i *Funkcije* koja su podijeljena na nekoliko tema.

⁶ Ministarstvo znanosti i obrazovanja, Nacionalni kurikulum nastavnoga predmeta Matematika, Prijedlog nakon javne rasprave, prosinac 2017.

Brojevi, algebra i funkcije	Brojevi	Prirodni brojevi
		Razlomci, decimalni brojevi i postotci
		Cijeli brojevi
		Realni brojevi
	Algebra	Predalgebarske vještine (omjer, razmjer, postotni račun)
		Zakovitosti u brojevnim nizovima
		Algebarski izrazi
		Jednadžbe
	Funkcije	Ovisnost dviju veličina
		Linearna funkcija

BROJEVI

Sadržajno potpodručje *Brojevi* obuhvaća teme iz skupova brojeva i različitih zapisa brojeva: *Prirodni brojevi*, *Razlomci*, *decimalni brojevi i postotci*, *Cijeli brojevi* i *Realni brojevi*.

Brojevi	Prirodni brojevi
	Razlomci, decimalni brojevi i postotci
	Cijeli brojevi
	Realni brojevi

PRIRODNI BROJEVI

Tema *Prirodni brojevi* obuhvaća sljedeće sadržajne cjeline: *Množenje prirodnih brojeva*, *Dijeljenje prirodnih brojeva*, *Djeljivost s 10, 5, 2, 3, 9* te *Prosti i složeni brojevi*.

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Množenje prirodnih brojeva	prepoznati množenje prirodnih brojeva u zapisu riječima modelirati problemsku situaciju brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom
Dijeljenje prirodnih brojeva	modelirati problemsku situaciju brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom
Djeljivost s 10, 5, 2, 3, 9	prepoznati brojeve djeljive s 5
Prosti i složeni brojevi	riješiti matematički problem i problem iz svakodnevnoga konteksta koristeći se relativno prostim brojevima

RAZLOMCI, DECIMALNI BROJEVI I POSTOTCI

Tema *Razlomci, decimalni brojevi i postotci* obuhvaća sljedeće sadržajne cjeline: *Razlomci, Decimalni brojevi i Postotci*.

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SAHRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Razlomci	povezati različite brojeve zapise nepravih razlomaka, mješovitih brojeva i prirodnih brojeva povezati slikovni prikaz razlomka s brojevnim zapisom i obrnuto opisati i odrediti udio izražen razlomkom u skupu istovrsnih podataka modelirati problemsku situaciju različitim prikazima razlomaka primijeniti jednakost između različitih zapisa brojeva (prirodnih brojeva, decimalnih brojeva, decimalnih razlomaka, razlomaka, mješovitih brojeva i postotaka)
Decimalni brojevi	primijeniti jednakost između različitih zapisa brojeva (prirodnih brojeva, decimalnih brojeva, decimalnih razlomaka, razlomaka, mješovitih brojeva i postotaka)
Postotci	prikazati postotkom odnos dviju veličina prikazanih omjerom u problemskoj situaciji opisati i odrediti udio izražen postotkom u skupu istovrsnih podataka primijeniti jednakost između različitih zapisa brojeva (prirodnih brojeva, decimalnih brojeva, decimalnih razlomaka, razlomaka, mješovitih brojeva i postotaka) postotkom izraziti udio osjenčanoga dijela

CIJELI BROJEVI

Tema *Cijeli brojevi* obuhvaća sljedeće sadržajne cjeline: *Suprotni brojevi te Apsolutna vrijednost i Računanje s cijelim brojevima*.

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SAHRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Suprotni brojevi Apsolutna vrijednost	odrediti apsolutnu vrijednost cijeloga broja brojevnim izrazom modelirati problemsku situaciju
Računanje s cijelim brojevima	zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti cijele brojeve primjenjujući svojstva računskih operacija računati vrijednost brojevnoga izraza primjenjujući svojstva računskih operacija

REALNI BROJEVI

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Računanje s racionalnim brojevima	zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti racionalne brojeve primjenjujući svojstva računskih operacija računati vrijednost brojevnoga izraza primjenjujući svojstva računskih operacija
Kvadrat zbroja i razlike Razlika kvadrata	birati strategije za pojednostavljivanje algebarskih izraza u svrhu prikazivanja veličina matematičkim formulama
Potencije s bazom 10	primijeniti oduzimanje s potencijama baze 10 i nenegativnim cjelobrojnim eksponentom u rješavanju problemske situacije
Drugi korijen	povezati drugi korijen nenegativnoga racionalnog broja s kvadratom prirodnoga broja
Računanje s korijenima	djelomično korjenovati nenegativni racionalni broj

Tema *Realni brojevi* obuhvaća sljedeće sadržajne cjeline: *Računanje s racionalnim brojevima*, *Kvadrat zbroja i razlike* te *Razlika kvadrata*, *Potencije s bazom 10*, *Drugi korijen* i *Računanje s korijenima*.

ALGEBRA

Sadržajno potpodručje *Algebra* obuhvaća teme *Predalgebarske vještine* (omjer, razmjer, postotni račun), *Zakovitosti u brojevnim nizovima*, *Algebarski izrazi* i *Jednadžbe*.

Algebra	Predalgebarske vještine (omjer, razmjer, postotni račun)
	Zakovitosti u brojevnim nizovima
	Algebarski izrazi
	Jednadžbe

PREDALGEBARSKJE VJEŠTINE (OMJER, RAZMJER, POSTOTNI RAČUN)

Tema *Predalgebarske vještine (omjer, razmjer, postotni račun)* obuhvaća sljedeće sadržajne cjeline: *Omjer, Razmjer i Postotni račun*.

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Omjer Razmjer	razlikovati vanjske i unutarnje članove razmjera te računati bilo koji nepoznati član razmjera primijeniti razmjer u rješavanju matematičkih problema i problema iz drugih područja i iz svakodnevnoga života
Postotni račun	računati postotak u jednostavnoj problemskoj situaciji primijeniti postotni račun pri rješavanju matematičkih problema i problema iz svakodnevnoga života prepoznati i povezati elemente postotnoga računa: postotak, postotni iznos i osnovnu vrijednost u problemskoj situaciji

ZAKONITOSTI U BROJEVNIM NIZOVIMA

Tema *Zakovitosti u brojevnim nizovima* obuhvaća istoimenu sadržajnu cjelinu *Zakovitosti u brojevnim nizovima*. U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Zakovitosti u brojevnim nizovima	odrediti pravilo prema kojemu je zadan niz brojeva

ALGEBARSKI IZRAZI

Tema *Algebarski izrazi* obuhvaća sadržajnu cjelinu *Računanje s algebarskim izrazima*.

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Računanje s algebarskim izrazima	množiti binom binomom birati strategije za pojednostavlivanje algebarskih izraza

JEDNADŽBE

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Jednadžbe	riješiti jednadžbu koja se svodi na oblik $ax + b = 0$, gdje su a i b nenegativni racionalni ili cijeli brojevi primjenjujući ekvivalentnost jednadžba izraziti nepoznatu veličinu iz jednostavne linearne jednadžbe koristeći se vezom među računskim operacijama riješiti jednostavan sustav zadanom metodom (supstitucije i/ili metodom suprotnih koeficijenata) modelirati linearnom jednadžbom problemsku situaciju

FUNKCIJE

Sadržajno potpodručje *Funkcije* obuhvaća teme: *Ovisnost dviju veličina* i *Linearna funkcija*.

Funkcije	Ovisnost dviju veličina
	Linearna funkcija

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Ovisnost dviju veličina	prepoznati različite zapise iste ovisnosti dviju veličina (zapis riječima, tablicom pridruženih vrijednosti ili pravilima pridruživanja ili grafički zapis) prijeći iz jednog prikaza ovisnosti dviju veličina u drugi iz grafičkog prikaza krivulje u koordinatnome sustavu u ravnini odrediti cjelobrojnu vrijednost funkcije za zadani argument
Linearna funkcija	prijeći iz jednog zapisa linearne funkcije u drugi odrediti vrijednost linearne funkcije u zadanoj točki odrediti argument funkcije za koji linearna funkcija poprima zadanu vrijednost

3.5.2. Geometrija i mjerenje⁷

Prostorni zor intuitivni je osjećaj za oblike i njihove međusobne odnose, a s geometrijskim rasuđivanjem razvija sposobnost misaone predodžbe objekta i prostornih odnosa. Potpodručje *Oblik i prostor* dio je geometrije koji se bavi proučavanjem oblika, njihovih položaja i odnosa. Rastavljanjem i sastavljanjem oblika uspoređuju se njihova svojstva i uspostavljaju njihove međusobne veze. Iz uočenih svojstava i odnosa izvode se pretpostavke i tvrdnje koje se dokazuju crtežima i algebarskim izrazima. Učenici će, koristeći se geometrijskim priborom i tehnologijom, izvoditi geometrijske transformacije, istraživati i primjenjivati svojstva oblika te razviti koncepte sukladnosti i sličnosti. Interakcijom s ostalim područjima i matematičkim argumentiranjem prostornih veza učenici, koristeći se prostornim zorom i modeliranjem, primjenjuju matematička rješenja u različitim situacijama. Prepoznaju ravninske i prostorne oblike i njihova svojstva u svakodnevnome okruženju te ih upotrebljavaju za opis i analizu svijeta oko sebe.

Mjerenje je uspoređivanje neke veličine s istovrsnom veličinom koja je dogovorena jedinica mjere. U potpodručju *Mjerenje* usvajaju se standardne mjerne jedinice za novac, duljinu, površinu, volumen, masu, vrijeme, temperaturu, kut i brzinu te ih se mjeri odgovarajućim mjernim uređajima i kalendarom. Procjenjivanjem, mjerenjem, preračunavanjem i izračunavanjem veličina određuju se mjerljiva obilježja oblika i pojava uz razložno i učinkovito korištenje alata i tehnologije. Rezultati se interpretiraju i izražavaju u jedinici mjere koja odgovara situaciji. Učenici će mjerenjem povezati matematiku s drugim odgojno-obrazovnim područjima, vlastitim iskustvom i svakodnevnim životom u kući i zajednici te na radnome mjestu i prepoznat će mjerljiva obilježja ravninskih i prostornih oblika u umjetnosti te ih upotrebljavati za opis i analizu svijeta oko sebe.

Sadržajno područje *Geometrija i mjerenje* podijeljeno je na tri sadržajna potpodručja: *Oblik i prostor*, *Mjerenje* i *Koordinatni sustav na pravcu i u ravnini*.

U nastavku su prikazane teme **učenja za pojedine sadržajne cjeline** u sklopu područja *Geometrija i mjerenje*.

Geometrija i mjerenje	Oblik i prostor	Geometrijski oblici u ravnini
		Preslikavanja ravnine
	Mjerenje	Osnovne mjere i mjerne jedinice
		Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela
	Koordinatni sustav na pravcu i u ravnini	Koordinatni sustav na pravcu
		Koordinatni sustav u ravnini

⁷ Ministarstvo znanosti i obrazovanja, Nacionalni kurikulum nastavnoga predmeta Matematika, Prijedlog nakon javne rasprave, prosinac 2017.

OBLIK I PROSTOR

Sadržajno potpodručje *Oblik i prostor* obuhvaća sljedeće teme: *Geometrijski oblici u ravnini i Preslikavanja ravnine*.

Oblik i prostor	Geometrijski oblici u ravnini
	Preslikavanja ravnine

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Geometrijski oblici u ravnini	nacrtati kut zadane vrste te konstruirati simetralu danoga kuta i osnovne kutove prepoznati trokut i njegove elemente te njihove odnose i svojstva
Preslikavanja ravnine	prepoznati osnu i centralnu simetriju, translaciju i rotaciju te osnosimetrične i centralnosimetrične likove

MJERENJE

Sadržajno potpodručje *Mjerenje* obuhvaća sljedeće teme: *Osnovne mjere i mjerne jedinice i Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela*.

Mjerenje	Osnovne mjere i mjerne jedinice
	Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Osnovne mjere i mjerne jedinice	izmjeriti duljinu uz pomoć ravnala i kut uz pomoć kutomjera preračunati mjerne jedinice za kut, duljinu, površinu, obujam, masu, vrijeme i novac iz većih u manje te iz manjih u veće očitalavati i prikazivati vrijednosti na grafičkim prikazima standardnih uređaja za mjerenje mase, zapremine, temperature i vremena

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela	primijeniti Pitagorin poučak i njegov obrat pri određivanju elemenata geometrijskih oblika u ravnini i prostoru primijeniti izraze za zbroj veličina unutarnjih kutova, vezu veličina unutarnjega i odgovarajućega vanjskog kuta i zbroj veličina vanjskih kutova mnogokuta izračunati opseg i površinu jednostavnih geometrijskih oblika u ravnini riješiti matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se mjerljivim obilježjima jednostavnih geometrijskih oblika u ravnini i prostoru

KOORDINATNI SUSTAV NA PRAVCU I U RAVNINI

Sadržajno potpodručje *Koordinatni sustav na pravcu i u ravnini* obuhvaća sljedeće teme: *Koordinatni sustav na pravcu* i *Koordinatni sustav u ravnini*.

Koordinatni sustav na pravcu i u ravnini	Koordinatni sustav na pravcu
	Koordinatni sustav u ravnini

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Koordinatni sustav na pravcu	nacrtati točku zadanu koordinatom na brojevnome pravcu
Koordinatni sustav u ravnini	nacrtati pravac zadan jednadžbom u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini očitati koordinate točke u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini nacrtati točku zadanu koordinatama u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini odrediti koordinate točke u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini očitati poziciju objekta u poljima označene pravokutne mreže

3.5.3. Podatci

Područje *Podatci*⁸ bavi se prikupljanjem, razvrstavanjem, obradom, analizom i prikazivanjem podataka u pogodnome obliku. Podatke prikazane grafički ili nekako drukčije treba znati očitati te ih ispravno protumačiti i upotrijebiti. Sve se to postiže korištenjem jezika statistike. Ona podrazumijeva upotrebu matematičkoga aparata kojim se računaju mjere srednje vrijednosti, mjere raspršenja, mjere položaja i korelacije podataka. Nakon prepoznavanja veza među podacima i promatranjem frekvencija pojavljivanja dolazi se do pojma vjerojatnosti. Određuje se broj povoljnih i svih mogućih ishoda te se procjenjuje i izračunava vjerojatnost.

Područje *Podatci* u sklopu projekta NI – OŠ – MAT 2011. – 2014. obuhvaća sadržajno potpodručje *Statistika*.

Podatci	Statistika	Brojčana obilježja podataka
		Prikazivanje i analiza podataka

⁸ Ministarstvo znanosti i obrazovanja, Nacionalni kurikulum nastavnoga predmeta Matematika, Prijedlog nakon javne rasprave, prosinac 2017.

STATISTIKA

Sadržajno potpodručje *Statistika* obuhvaća sljedeće teme: *Brojčana obilježja podataka* te *Prikazivanje i analiza podataka*.

Statistika	Brojčana obilježja podataka
	Prikazivanje i analiza podataka

U nastavku su prikazani zadani ishodi učenja iz pojedine sadržajne cjeline u sklopu područja *Podatci*.

SADRŽAJNA CJELINA	ISHODI UČENJA
Brojčana obilježja podataka	odrediti aritmetičku sredinu danih numeričkih podataka riješiti matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se frekvencijom, relativnom frekvencijom i aritmetičkom sredinom
Prikazivanje i analiza podataka	očitati podatke prikazane tablicom te slikovnim, stupčastim, kružnim i linijskim dijagramom tumačiti podatke prikazane stupčastim i kružnim dijagramom riješiti probleme iz svakodnevnoga konteksta uz pomoć tablica i dijagrama



4. REZULTATI SADRŽAJNE ANALIZE S PRIMJERIMA

ANALIZA ZADATAKA

Kvalitativna analiza obuhvaća sve zadatke korištene u projektu NI – OŠ – MAT 2011. – 2014. za osme razrede osnovnih škola. Kvalitativna analiza svakoga zadatka obuhvaća prikaz zadatka ili njegov opis (sidrišni zadatci koji će biti korišteni u budućim ispitivanjima), sadržajno područje, sadržajnu cjelinu, ishod učenja, odgojno-obrazovno postignuće i razred prema Nastavnome planu i programu za osnovu školu (MZO, 2006). tip zadatka, procjenu težine (skala zadataka od vrlo laganoga do vrlo teškoga zadatka), komentare i preporuke.

Kvantitativna analiza obuhvaća statističku obradu podataka prema kodovima koji su objašnjeni u tablici 4.1.

Tablica 4.1. Kodovi i opis kodova za zadatke korišteni pri kvantitativnoj analizi

OBJAŠNJENJE KODIRANJA	
KOD	OPIS KODA
11	Točan odgovor dobiven je matematički korektnim postupkom.
12	Točan odgovor bez prikazanoga postupka.
01	Odabrana je matematički korektna metoda, ali je učinjena greška u računskim operacijama.
02	Odabrana je matematički korektna metoda, ali je postupak pogrešno proveden.
03	Korištena je matematički korektna metoda, ali postupak nije proveden do kraja.
04	Korištena je matematički korektna metoda i dobiven je točan odgovor, ali je pogrešno preveden u zapis koji se traži ili je krajnji zapis rješenja pogrešno napisan.
05	Korištena je matematički nekorektna metoda, ali je dobiveno točno rješenje.
06	Dobro je postavljen i rješavan zadatak, ali su korišteni pogrešni podatci (slijedi grešku).
07	Ostali netočni odgovori (korištena je matematički nekorektna metoda i nije dobiveno točno rješenje, zaokruženo je ili napisano pogrešno rješenje bez postupka...).
08	Korištena je matematički nekorektna metoda, a točno je rješenje skicirano.
09	Prazno, s vidljivim tragovima brisanja ili potpuno neartikuliranim pokušajem rješavanja.
0	Učenici nisu ni pokušali riješiti zadatak.

U analizi su svi zadatci poredani prema sadržajnim područjima, a unutar svakoga sadržajnog područja poredani su od najlošije do najbolje riješenih prema nacionalnome postotku riješenosti.

Ispitne inačice sadržavale su 15 jednakih zadataka – sidrišne zadatke i jedinstvene zadatke za svaku inačicu po 16 zadataka. Izrađeno je šest jedinstvenih inačica ispita u kojima je ukupno korišten 71 zadatak. Svi su zadatci analizirani i detaljno opisani s tim da su

jedinstveni zadatci prikazani u cijelosti, a sidrišni samo opisno kako bi kao takvi mogli biti ponovno korišteni u budućim ispitivanjima.

Kao što je već opisano, u projektu NI – OŠ – MAT 2014. godine sudjelovalo je 3795 učenika osmih razreda osnovnih škola. U tablicama analize vidljivi su rezultati svih učenika u uzorku odnosno dijela učenika ako je riječ o zadatku koji je bio prisutan samo u pojedinim inačicama.

4.1. BROJEVI, ALGEBRA I FUNKCIJE

U potpodručju *Brojevi* učenici primjenjuju usvojene apstraktne pojmove s kojima se sreću još u prvome razredu osnovne škole te proceduralno znanje izvođenja aritmetičkih postupaka. Koncepti iz ovog područja temelj su svih ostalih matematičkih koncepata te daljnega konceptualnog razumijevanja i primjene stečenih matematičkih znanja. Polazimo od prirodnih brojeva, a nastavljamo s racionalnim brojevima (iako učenicima u petome razredu „definiramo“ razlomke i decimalne brojeve, a to su zapisi racionalnoga broja) te prelazimo na cijele brojeve i na kraju osmoga razreda na realne brojeve.

Algebra je jezik za opisivanje pravilnosti u kojemu slova i simboli predstavljaju brojeve, količine i operacije, a varijable se upotrebljavaju pri rješavanju matematičkih problema. Prepoznavanjem pravilnosti i opisivanjem ovisnosti dviju veličina jezikom algebre učenici definiraju funkcije koje proučavaju, tumače, uspoređuju, grafički prikazuju i upoznaju se s njezinim svojstvima. Modeliraju situacije opisujući ih algebarski te analiziraju i rješavaju matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga života koji uključuju pravilnosti ili funkcijske ovisnosti (Predmetni kurikulum Matematika, MZO).

Ako pogledamo Nastavni plan i program za osnovnu školu (MZO, 2006), područje *Brojevi, algebra i funkcije* u petome razredu uključuje prirodne brojeve (uspoređivanje, zbrajanje, oduzimanje, množenje, svojstva množenja, dijeljenje, djelitelj i višekratnik, svojstva djeljivosti, djeljivost s 10, 5, 2, 3, 9, prosti i složeni brojevi, rastavljanje broja na proste faktore, zajednički djelitelj, najveći zajednički djelitelj, zajednički višekratnici, najmanji zajednički višekratnik), razlomke (uspoređivanje, zbrajanje i oduzimanje razlomaka jednakih nazivnika, proširivanje i skraćivanje razlomaka) i decimalne brojeve (prikazivanje decimalnih brojeva na pravcu, uspoređivanje decimalnih brojeva, zaokruživanje decimalnih brojeva, zbrajanje i oduzimanje, množenje i dijeljenje decimalnih brojeva dekadskim jedinicama, množenje decimalnih brojeva, dijeljenje decimalnih brojeva prirodnim brojevima, dijeljenje decimalnih brojeva decimalnim brojevima).

U šestome razredu područje *Brojevi, algebra i funkcije* uključuje razlomke (svođenje na zajednički nazivnik, uspoređivanje, brojevni pravac, zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje), cijele brojeve (prikazivanje na brojevnome pravcu, suprotni brojevi, apsolutna vrijednost, uspoređivanje, zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje, rad sa zagrada-ma), racionalne brojeve (pozitivni i negativni racionalni brojevi, prikazivanje na brojevnome pravcu, uspoređivanje, zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje), jednadžbu oblika $ax + b = 0$ te primjenu linearne jednadžbe.

U sedmome razredu područje *Brojevi, algebra i funkcije* uključuje omjer i proporciju (razmjer), proporcionalne veličine, primjenu proporcionalnosti na rješavanje problema iz svakodnevnice, grafički prikaz proporcionalnosti, obrnutu proporcionalnost, postotak, računanje s postotcima, sustav linearnih jednažba (metoda supstitucije, suprotnih koeficijenata, primjena sustava linearnih jednažba), linearnu funkciju, graf linearne funkcije, jednažbu pravca, tok linearne funkcije i grafičko rješavanje sustava linearnih jednažba.

U osmome razredu područje *Brojevi, algebra i funkcije* uključuje kvadriranje racionalnih brojeva, kvadriranje umnoška i količnika, kvadrat zbroja i razlike, razliku kvadrata, potencije s bazom 10, drugi korijen, računanje s korjenima, realne brojeve, brojevni pravac i grafove funkcija $f(x) = x^2$ i $f(x) = \sqrt{x}$.

Ako pogledamo nastavne sadržaje prema Nastavnome planu i programu za osnovnu školu (MZO, 2006), možemo vidjeti da je naglasak uglavnom na proceduralnome znanju. Namjera je kurikula Matematike (MZO, 2017) da se naglasak prebaci na konceptualno znanje i razumijevanje matematičkih koncepata.

PRIMJERI I ANALIZA ZADATAKA NACIONALNIH ISPITA IZ MATEMATIKE 2014. GODINE – SADRŽAJNO PODRUČJE BROJEVI, ALGEBRA I FUNKCIJE

SIDRIŠNI ZADATCI 1. – 8.

1. ZADATAK SIDRIŠNI // B10104P060_26

OPIS ZADATKA

Zadana su dva prirodna broja. Poznati su ostatci svakoga od njih pri dijeljenju s nepoznatim brojem. Potrebno je odrediti takav najveći nepoznati broj.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Prirodni brojevi
ISHOD UČENJA NI	primjenjivati djeljivost prirodnih brojeva

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	usvojiti i primjenjivati pravila djeljivosti s 10, 5, 2, 3 i 9
TIP ZADATKA	otvoreni
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B10104P060_26

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	1840	49,0	49,0	49,0
	11	47	1,3	1,3	50,3
	12	14	0,4	0,4	50,6
	2	44	1,2	1,2	51,8
	3	13	0,3	0,3	52,1
	5	28	0,7	0,7	52,9
	7	158	4,2	4,2	57,1
	8	1	0	0	57,1
	9	1610	42,9	42,9	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Nije ga ni pokušalo riješiti 49 % učenika, a 47,1 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Točno ga je riješilo samo 1,7 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Problemski zadatak ovoga tipa ne rješava se na redovnoj nastavi Matematike, već se to gradivo obrađuje na dodatnoj nastavi u petome razredu. Preporučuje se ishod učenja (djeljivost prirodnih brojeva) realizirati na redovnoj nastavi i na složenijim zadacima.

OPIS STUPACA U TABLICI ANALIZE

Tablica analize zadatka sadrži oznaku kodova koje je razvila stručna radna skupina u okviru ovoga projekta kao i frekvenciju tih kodova. Također, sadrži postotak koji uključuje i učenike koji nedostaju te postotak učenika koji su riješili pojedini zadatak odnosno valjani postotak i kumulativni postotak koji zbraja valjani postotak za svaku kategoriju koda. Ovaj opis važeći je za sve tablice u priručniku.

2. ZADATAK SIDRIŠNI // B10105P010_29

OPIS ZADATKA

Zadatak je višestrukoga izbora, a ponuđena su četiri odgovora. Potrebno je zaokružiti točan odgovor poznavajući pravila djeljivosti prirodnih brojeva.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Prirodni brojevi
ISHOD UČENJA NI	primjenjivati pravila djeljivosti brojeva

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	usvojiti i primjenjivati pravila djeljivosti s 10, 5, 2, 3 i 9
TIP ZADATKA	zatvoreni (višestruki izbor)
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B10105P010_29

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	28	0,7	0,7	0,7
	12	3050	81,2	81,2	82,0
	7	530	14,1	14,1	96,1
	9	147	3,9	3,9	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo lagan. Točno ga je riješilo 81,2 % učenika. Postotak riješenosti zadatka ukazuje na to da je većina učenika usvojila pravila djeljivosti i da ih uspješno primjenjuje na zadacima. Zadatak je matematički nekorektnom metodom netočno riješilo 14,1 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Pojedini su učenici, rješavajući postavljeni zadatak, križali brojeve za koje su mislili da ne zadovoljavaju zadani uvjet, ali nisu zaokružili ponuđeni odgovor ili su zaokruživali brojeve u nizu, a nisu zaokružili slovo ispred točnoga odgovora. Preporučuje se pažljivo čitanje postavljenoga zadatka višestrukoga izbora i ispravno zaokruživanje samo slova ispred točnoga odgovora.

3. ZADATAK SIDRIŠNI // B10204P060_21

OPIS ZADATKA

Geometrijski lik podijeljen je na konačan broj sukladnih likova tako da su neki osjenčani. Potrebno je postotkom izraziti osjenčani dio površine geometrijskoga lika.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Postotci
ISHOD UČENJA NI	računati s postotcima i primjenjivati ih na zadatcima

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	primijeniti postotke i postotni račun u konkretnim situacijama
TIP ZADATKA	otvoreni
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B10204P060_21

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	382	10,2	10,2
	11	64	1,7	11,9
	12	946	25,2	37,1
	2	242	6,4	43,5
	3	123	3,3	46,8
	4	86	2,3	49,1
	5	67	1,8	50,9
	7	17	0,5	51,3
	8	269	7,2	58,5
	9	1559	41,5	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0

Zadatak je učenicima bio težak. Točno ga je riješilo samo 31,6 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 10,2 % učenika, a 41,5 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta.

KOMENTAR I PREPORUKE

Preporučuje se više pozornosti posvetiti postotcima i njihovoj primjeni jer će se ovakav tip zadatka vrlo često primjenjivati u nastavi drugih predmeta (Kemija, Fizika, Biologija, Geografija...), a osobito u svakodnevnome životu.

4. ZADATAK SIDRIŠNI // B10207P040_32

OPIS ZADATKA

U kutiji se nalaze kuglice obojane u dvije različite boje. Razlomkom je izražen omjer broja kuglica dviju boja. U kutiju je naknadno ubačen jednaki broj kuglica i jedne i druge boje. Među ponuđenim odgovorima potrebno je zaokružiti točnu tvrdnju.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Jednadžbe
ISHOD UČENJA NI	izgrađivati novo matematičko znanje rješavanjem problema

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	razvijati razumijevanje i analiziranje problemskih zadataka, upotrebljavati usvojeno znanje i moći zapisati jednostavnije probleme u obliku linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom
TIP ZADATKA	zatvoreni (višestruki izbor)
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B10207P040_32

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	41	1,1	1,1	1,1
	12	2689	71,6	71,6	72,7
	7	998	26,6	26,6	99,3
	9	27	0,7	0,7	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je učenicima bio lagan. Točno ga je riješilo 71,6 % učenika. Postotak riješenosti zadatka ukazuje na to da je većina učenika pažljivo pročitala ponuđene odgovore i s razumijevanjem riješila zadatak. Zadatak je matematički nekorektnom metodom netočno riješilo 26,1 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Preporučuje se nastaviti s uvježbavanjem sličnih zadataka kako bi se učenici čim bolje mogli snalaziti u različitim životnim situacijama.

5. ZADATAK SIDRIŠNI // B10207P030_31

OPIS ZADATKA

Potrebno je odrediti sve brojeve čija je apsolutna vrijednost određeni broj puta manja od apsolutne vrijednosti zadanoga broja.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Cijeli brojevi
ISHOD UČENJA NI	računati s apsolutnom vrijednosti broja

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	određivati apsolutnu vrijednost cijeloga broja
TIP ZADATKA	otvoreni
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B10207P030_31

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	1783	47,5	47,5
	1	53	1,4	48,9
	11	152	4,0	52,9
	12	24	0,6	53,6
	2	36	1,0	54,5
	3	522	13,9	68,4
	4	10	0,3	68,7
	5	1	0	68,7
	7	62	1,7	70,4
	9	1112	29,6	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Nije ga riješilo ili ga je riješilo izvan matematičkoga konteksta 78,8 % učenika. Samo ga je 4,6 % učenika točno riješilo. Djelomično ga je riješilo 13,9 % učenika, što znači da su se koristili matematički korektnom metodom, ali nisu proveli postupak do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

Učenici se s pojmom apsolutne vrijednosti susreću u šestome razredu. Apsolutna vrijednost broja nije dio gradiva ni sedmoga ni osmoga razreda stoga je potrebno u svakoj cjelini zadati i pokoji zadatak s apsolutnim vrijednostima. Na taj bi se način ponovilo gradivo i učenici bi ga bolje usvojili.

6. ZADATAK SIDRIŠNI // B20102P020_8

OPIS ZADATKA

Potrebno je odrediti postotak ako su poznati osnovna vrijednost i postotni iznos.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Predalgebarske vještine (postotni račun)
ISHOD UČENJA NI	odrediti treći podatak ako su zadana dva od triju podataka (osnovna veličina, postotni dio i postotak)

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	računati s postotcima te ih primjenjivati na zadatke iz znanosti i svakidašnjice
TIP ZADATKA	otvoreni
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20102P020_8

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	527	14,0	14,0	14,0
	1	13	0,3	0,3	14,4
	11	690	18,4	18,4	32,8
	12	446	11,9	11,9	44,6
	2	45	1,2	1,2	45,8
	3	19	0,5	0,5	46,3
	4	31	0,8	0,8	47,2
	5	60	1,6	1,6	48,8
	7	127	3,4	3,4	52,1
	9	1797	47,9	47,9	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je učenicima bio težak. Točno ga je riješilo samo 30,3 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se, 2 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak, što znači da su griješili u osnovnim računskim operacijama ili su na kraju pogrešno zapisali postotak. Zadatak nije riješilo ili ga je matematički nekorektnom metodom netočno riješilo 65,3 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Postotak riješenosti zadatka ukazuje na to da većina učenika nije usvojila formulu za postotni račun, a ako je i usvojena, nije uspješno primijenjena na zadatku.

Preporučuje se učenicima zadavati više zadataka kako bi bolje savladali računanje s postotcima jer se s primjenom postotaka susreću i u ostalim nastavnim predmetima kao i u svakodnevnome životu.

7. ZADATAK SIDRIŠNI // B20104P010_18

OPIS ZADATKA

Djevojčice su u zadanome omjeru uložile novac za poklon. Potrebno je odgovoriti koliki je iznos novca uložila svaka od njih ako je poznato koliko su ukupno uložile.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Predalgebarske vještine (omjer)
ISHOD UČENJA NI	primijeniti računanje s omjerima u konkretnim situacijama

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	određivati bilo koji nepoznati član proporcije koristeći se osnovnim svojstvom proporcije
TIP ZADATKA	otvoreni
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20104P010_18

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	1305	34,8	34,8
	1	14	0,4	35,1
	11	731	19,5	54,6
	12	57	1,5	56,1
	2	29	0,8	56,9
	3	25	0,7	57,5
	4	9	0,2	57,8
	5	9	0,2	58,0
	7	79	2,1	60,1
	8	1	0	60,2
	9	1496	39,8	100,0
	Ukupno	3755	100,0	

Zadatak je učenicima bio težak. Točno ga je riješilo samo 21 % učenika. Tako loša riješenost zadatka ukazuje na to da većina učenika nije uspješno usvojila gradivo pa im je bilo vrlo teško primijeniti ga na zadatcima. Zadatak nije ni pokušalo riješiti 34,8 % učenika, a matematički nekorektnom metodom ga je netočno riješilo 39,8 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Preporučuje se učenicima zadavati više zadataka riječima i poticati ih na čitanje s razumijevanjem kako bi mogli točno odgovoriti na postavljeno pitanje. Pojedini su učenici točno riješili zadatak, a mjesto za predviđeni odgovor ostavili su ili prazno ili su napisali djelomičan odgovor (npr. napisali su odgovor na samo jedan dio zadatka).

8. ZADATAK SIDRIŠNI // B20303P010_60

OPIS ZADATKA

U zadanome sustavu jednačžba s dvjema nepoznanicama poznata je vrijednost jedne nepoznanice. Potrebno je odrediti vrijednost druge nepoznanice.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Jednačžbe
ISHOD UČENJA NI	riješiti jednostavne sustave dviju linearnih jednačžba s dvjema nepoznanicama

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	riješiti jednostavne sustave dviju linearnih jednačžba s dvjema nepoznanicama
TIP ZADATKA	otvoreni
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20303P010_60

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	675	18,0	18,0	18,0
	1	37	1,0	1,0	19,0
	11	2111	56,2	56,2	75,2
	12	89	2,4	2,4	77,5
	2	124	3,3	3,3	80,9
	3	17	0,5	0,5	81,3
	4	2	0,1	0,1	81,4
	5	25	0,7	0,7	82,0
	6	9	0,2	0,2	82,3
	7	17	0,5	0,5	82,7
	9	649	17,3	17,3	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je učenicima bio srednje težak. Točno ga je riješilo 58,6 % učenika. Postotak riješenosti zadatka ukazuje na to da ga učenici razumiju i da su savladali rješavanje linearnih jednadžba s dvjema nepoznanicama. Matematički korektnom metodom koristilo se 3,35 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak tako da su ispravno uvrstili vrijednost nepoznanice u drugu jednadžbu, ali su nakon toga griješili u predznacima pribrojnika pri rješavanju linearne jednadžbe. Zadatak nije ni pokušalo riješiti 18 % učenika, a matematički nekorektnom metodom ga je netočno riješilo 17,8 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Preporučuje se ukazati učenicima na važnost rješavanja ovakvih zadataka iz svakodnevnog života.

U nastavku slijede primjeri jedinstvenih zadataka koji uključuju sadržaj te opis i analizu.

9. ZADATAK // B10103P080_11

OPIS ZADATKA

1. Koji je broj 4 puta veći od broja 213?

Odgovor: _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Prirodni brojevi
ISHOD UČENJA NI	množiti prirodne brojeve

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	usvojiti postupak pisanoga množenja prirodnih brojeva
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	852
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B10103P080_11

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	26	0,7	1,4	1,4
	1	87	2,3	4,7	6,1
	11	1399	37,3	75,3	81,4
	12	182	4,8	9,8	91,2
	4	10	0,3	0,5	91,7
	5	1	0	0,1	91,8
	7	16	0,4	0,9	92,6
	9	137	3,6	7,4	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo lagan. Točno ga je riješilo 85,1 % učenika. Postotak riješenosti zadatka ukazuje na to da je većina učenika usvojila množenje prirodnih brojeva i da ga uspješno primjenjuje na zadacima. Zadatak je matematički nekorektnom metodom netočno riješilo 8,8 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Učenici su postupak pisanoga množenja višeznamenkastoga broja jednoznamenkastim brojem usvojili u četvrtome razredu, a učestalo su ga primjenjivali u različitim zadacima tako da je i riješenost zadatka zadovoljavajuća. S obzirom da je zadatak zadan riječima, pojedini su ga učenici ispravno zapisali, ali su pogriješili u množenju, a mali broj učenika zaboravio je napisati dobiveno rješenje na za to predviđeno mjesto.

10. ZADATAK // B10205P040_26

Čokolada mase 250 g sadrži 83 g masnoća. Postotkom izrazi udio masnoća u čokoladi.

Odgovor: _____ %

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Predalgebarske vještine (postotni račun)
ISHOD UČENJA NI	primijeniti postotke i postotni račun u konkretnim situacijama

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	računati s postotcima te ih primjenjivati na zadatcima iz svakidašnjice
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	33,2 %
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B10205P040_26

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	492	13,1	26,5
	1	79	2,1	30,7
	11	310	8,3	47,4
	12	9	0,2	47,9
	2	43	1,1	50,2
	3	22	0,6	51,4
	4	24	0,6	52,7
	5	2	0,1	52,8
	6	2	0,1	52,9
	7	49	1,3	55,5
	9	826	22,0	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo samo 17,2 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 26,5 % učenika, a matematički nekorektnom metodom ga je netočno riješilo 47,15 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se 2,3 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak, 1,2 % učenika također se koristilo matematički korektnom metodom, ali nisu proveli postupak do kraja, a 1,3 % učenika se isto tako koristilo matematički korektnom metodom, riješili su točno zadatak, ali su rješenje pogrešno preveli u traženi zapis (0,332 %).

KOMENTAR I PREPORUKE

Preporučuje se više pozornosti posvetiti računanju s postotcima kako bi ga učenici usvojili i kako bi ga mogli primjenjivati na različitim zadacima. To se gradivo obrađuje u sedmome razredu, ali se primjenjuje i u drugim nastavnim predmetima, a često i u svakodnevnome životu.

11. ZADATAK // B10205P03X_25C

Napiši u obliku decimalnoga broja.

87 % = _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Postotci
ISHOD UČENJA NI	prelaziti iz jednoga zapisa broja (razlomak, decimalni broj, postotak) u druge zapise

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	primijeniti postotke i postotni račun u konkretnim situacijama
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	0.87
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B10205P03X_25C

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	54	1,4	8,6	8,6
	1	4	0,1	0,6	9,2
	11	88	2,3	13,9	23,1
	12	307	8,2	48,7	71,8
	2	2	0,1	0,3	72,1
	3	15	0,4	2,4	74,5
	4	22	0,6	3,5	78,0
	5	1	0	0,2	78,1
	7	77	2,1	12,2	90,3
	9	61	1,6	9,7	100,0
	Ukupno	631	16,8	100,0	

Zadatak je učenicima bio lagan. Točno ga je riješilo 62,6 % učenika. Postotak riješenosti zadatka ukazuje na to da je većina učenika usvojila zapisivanje postotka u decimalnome obliku. Matematički korektnom metodom koristilo se 3,5 % učenika, riješili su točno zadatak, ali su krajnji zapis pogrešno napisali (0,87 %, a 2,4 % učenika se također koristilo matematički korektnom metodom, ali nisu proveli postupak do kraja. Zadatak nije ni pokušalo riješiti 8,6 % učenika, a 21,9 % učenika ga je matematički nekorektnom metodom netočno riješilo.

KOMENTAR I PREPORUKE

Preporučuje se više pozornosti posvetiti pojmu postotka, ukazati učenicima na mogućnost različitih zapisa postotka i utvrditi gradivo na zadacima jer je vrlo važno da se učenici znaju koristiti postotcima i u svakodnevnome životu.

12. ZADATAK // B10210P020_53

Najmanja udaljenost Urana od Sunca iznosi $2.74 \cdot 10^9$ km, a najveća $3.01 \cdot 10^9$ km. Kolika je razlika između najveće i najmanje udaljenosti Urana od Sunca?

Odgovor: _____ km

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Razlomci, decimalni brojevi i postotci
ISHOD UČENJA NI	rješavati probleme računanjem s brojevima u znanstvenome zapisu

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	računati s potencijama s bazom 10
TIP ZADATAKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$2.7 \cdot 10^8$ km ($0.27 \cdot 10^9$ km ili $27 \cdot 10^7$ ili slično, ali točno)
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B10210P020_53

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	423	11,3	22,8	22,8
	1	119	3,2	6,4	29,2
	11	551	14,7	29,7	58,8
	12	59	1,6	3,2	62,0
	2	64	1,7	3,4	65,4
	3	21	0,6	1,1	66,6
	4	41	1,1	2,2	68,8
	5	1	0	0,1	68,8
	7	194	5,2	10,4	79,3
	9	385	10,3	20,7	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio težak. Točno ga je riješilo samo 32,9 % učenika, a nije ga ni pokušalo riješiti 22,8 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se 6,4 % učenika, ali su pogriješili u računskim operacijama, a 31,1 % učenika ga je netočno riješilo matematički nekorektnom metodom.

KOMENTAR I PREPORUKE

Riješenost zadatka ukazuje na to da većina učenika nije usvojila zbrajanje potencija (npr. česti su odgovori bili 0.27 ; $0.27 \cdot 10^{18}$ ili 2.7). Preporučuje se učenicima zadavati više različitih zadataka riječima kako bi na njima znali primjenjivati pravila za zbrajanje potencija.

13. ZADATAK // B10401P010_1

10. U decimalnome zapisu prikaži sljedeći razlomak.

$$\frac{20}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Realni brojevi
ISHOD UČENJA NI	prelaziti iz jednoga zapisa broja (razlomak, periodički decimalni broj) u drugi

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	zapisivati racionalne brojeve u obliku periodičkoga decimalnog broja
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$\frac{20}{9} = 2.\bar{2} = 2.222222\dots$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B10401P010_1

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	174	4,6	9,4	9,4
	1	78	2,1	4,2	13,6
	11	722	19,2	38,9	52,4
	12	43	1,1	2,3	54,7
	2	9	0,2	0,5	55,2
	3	36	1,0	1,9	57,2
	4	476	12,7	25,6	82,8
	5	2	0,1	0,1	82,9
	7	68	1,8	3,7	86,5
	9	250	6,7	13,5	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio srednje težak. Točno ga je riješilo 41,2 % učenika, a nije ga ni pokušalo riješiti 9,4 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se 25,6 % učenika i točno su riješili zadatak, ali su rješenje pogrešno preveli u traženi zapis (2.22 ili 2.2), a 17,2 % učenika je matematički nekorektnom metodom netočno riješilo zadatak.

KOMENTAR I PREPORUKE

Gradivo periodičkih decimalnih brojeva obrađuje se u osmome razredu u nastavnoj cjelini *Realni brojevi*. S obzirom da se to gradivo ne pojavljuje u narednim cjelinama, preporučuje se u svaku cjelinu uključiti nekoliko ovakvih zadataka kako bi učenici stekli vještinu rješavanja toga tipa zadataka.

14. ZADATAK // B20103P060_16

Svi trokutići u velikome trokutu na slici imaju jednaku površinu. Omjer osjenčanoga i neosjenčanoga dijela površine velikoga trokuta izrazi u obliku omjera dvaju relativno prostih prirodnih brojeva.



Odgovor: _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Omjer
ISHOD UČENJA NI	računati s postotcima i primjenjivati ih na zadacima

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	računati s postotcima i primjenjivati ih
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	(osjenčan : neosjenčan =) 2 : 3
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20103P060_16

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	494	13,2	26,6
	1	1	0	26,6
	11	102	2,7	32,1
	12	35	0,9	34,0
	2	156	4,2	42,4
	3	398	10,6	63,8
	4	14	0,4	64,6
	7	274	7,3	79,3
	9	384	10,2	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo samo 7,4 % učenika, a nije ga ni pokušalo riješiti 26,6 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se 21,4 % učenika, ali nisu proveli postupak do kraja, 8,4 % učenika također se koristilo matematički korektnom metodom, ali su pogrešno proveli postupak, a 35,4 % učenika je matematički nekorektnom metodom netočno riješilo zadatak.

KOMENTAR I PREPORUKE

Riješenost zadatka ukazuje na to da većina učenika nije usvojila primjenu omjera kao i postupak skraćivanja omjera. Dio je učenika pogrešno postavio omjer i umjesto *osjenčan prema neosjenčan* napisali su *neosjenčan prema osjenčan*.

S obzirom da su rješenje morali zapisati kao omjer relativno prostih brojeva, pojedini su učenici napisali omjer 10 : 15 stoga je potrebno podsjećati učenike na pažljivo čitanje zadatka kako im neka važna činjenica ne bi promakla.

15. ZADATAK // B20301P010_41

U vazi se nalazi b bijelih i c crvenih ruža. Koja od sljedećih jednakosti odgovara tvrdnji: *Broj crvenih ruža manji je za 4 od trostrukoga broja bijelih ruža?* Zaokruži slovo uz točan odgovor.

A. $b = 3c + 4$

B. $b = 3c - 4$

C. $c = 3b - 4$

D. $c = 3b + 4$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Jednadžbe
ISHOD UČENJA NI	rješavati probleme primjenjujući linearne jednadžbe

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	prevesti jednostavan problem u algebarske simbole
TIP ZADATKA	zatvoreni (višestruki izbor)
TOČAN ODGOVOR	C.
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	prepoznavanje

ANALIZA // B20301P010_41

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	34	0,9	1,8	1,8
	12	1304	34,7	70,2	72,0
	7	498	13,3	26,8	98,8
	9	22	0,6	1,2	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio lagan. Točno ga je riješilo 70,2 % učenika, a matematički neektnom metodom ga je netočno riješilo 26,8 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Riješenost zadatka ukazuje na to da je većina učenika usvojila zapisivanje problemskoga zadatka koristeći se linearnom jednadžbom. Rješavanje zadataka olakšali su ponuđeni odgovori jer su dva od četiriju ponuđenih odgovora mogli odmah odbaciti ($b = 3c + 4$, $c = 3b + 4$) pa su im za odabir ostala dva ponuđena odgovora.

16. ZADATAK // B20302P13X_56a

U pravokutnike upiši odgovarajuće matematičke simbole tako da vrijedi navedena jednakost.

$$(x - 5)(x + 5) = \boxed{}^2 - \boxed{}^2$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	prevesti algebarski izraz zadan riječima u simbole i modelirati situaciju korištenjem algebarskih izraza

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	rastaviti razliku kvadrata na faktore
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$x^2 - 5^2$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	pamćenje

ANALIZA // B20302P13X_56a

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	98	2,6	15,5	15,5
	11	4	0,1	0,6	16,2
	12	287	7,6	45,5	61,6
	2	3	0,1	0,5	62,1
	4	4	0,1	0,6	62,8
	7	44	1,2	7,0	69,7
	9	191	5,1	30,3	100,0
	Ukupno	631	16,8	100,0	

Zadatak je učenicima bio srednje težak, uspješno ga je riješilo 46,1 % učenika, 15,5 % učenika ga nije ni pokušalo riješiti, a 37,3 % ga je matematički nekorektnom metodom netočno riješilo, što znači da ga više od polovine učenika ili nije ni pokušalo riješiti ili ga je netočno riješilo.

KOMENTAR I PREPORUKE

U zadatku su učenike zbunjivali kvadratići s oznakom računske radnje kvadriranja u koje je trebalo upisati rješenje. U gradivu osmoga razreda rijetko se pojavljuju zadatci zadani na taj način stoga se preporučuje potpuno izbacivanje takvoga tipa zadataka.

17. ZADATAK // B20302P14X_57d

Zadanu razliku kvadrata zapiši u obliku umnoška.

$$1 - 2a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	prevesti algebarski izraz zadan riječima u simbole i modelirati situaciju korištenjem algebarskih izraza

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	rastaviti razliku kvadrata na faktore
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$(1 - \sqrt{2a})(1 + \sqrt{2a})$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20302P14X_57d

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	240	6,4	38,0	38,0
	12	13	0,3	2,1	40,1
	2	64	1,7	10,1	50,2
	7	33	0,9	5,2	55,5
	9	281	7,5	44,5	100,0
	Ukupno	631	16,8	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo samo 2,1 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 38 % učenika, 10,1 % učenika koristilo se matematički korektnom metodom, ali su pogrešno proveli postupak, a 44,5 % učenika ga je matematički nekorektnom metodom netočno riješilo.

KOMENTAR I PREPORUKE

Učenici koji su se koristili matematički korektnom metodom pogrešno su zapisali binom ($1 - 2a$, $1 + 2a$), dok su pojedini učenici riješili ispravno zadatak, ali su mjesto predviđeno za rješenje ostavili prazno.

Preporučuje se učenicima zadavati više zadataka u kojima je zadana razlika kvadrata, a traži se umnožak dvaju binoma kako bi trajno povezali algebarski izraz razlike kvadrata s umnoškom binoma.

18. ZADATAK // B20402P01X_64C

Riješi jednađbu.

$$16 = -11 + \frac{3}{4}x$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Jednađbe
ISHOD UČENJA NI	riješiti linearnu jednađbu

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	rješavati jednađbe oblika $ax + b = 0$ i jednostavnije jednađbe koje se mogu svesti na taj oblik
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	36
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B20402P01X_64C

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	131	3,5	20,8
	1	18	0,5	23,6
	11	211	5,6	57,1
	2	136	3,6	78,6
	3	36	1,0	84,3
	4	1	0	84,5
	5	1	0	84,6
	6	1	0	84,8
	7	8	0,2	86,1
	9	88	2,3	100,0
	Ukupno	631	16,8	100,0

Zadatak je učenicima bio srednje težak. Točno ga je riješilo 55 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 20,8 % učenika, a 13,9 % učenika ga je riješilo izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 27,3 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak ili ga nisu proveli do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

Učenici su tijekom rješavanja jednadžbe griješili u predznacima kao i pri pojednostavlivanju zapisanih izraza na objema ili na jednoj strani jednadžbe. Preporučuje se uvođenje linearnih jednadžba s jednom nepoznanicom u peti razred koje bi se rješavale poznavanjem veze između računskih radnja zbrajanja i oduzimanja, odnosno množenja i dijeljenja. Poželjno je pronalaziti primjere iz svakodnevnoga života i u okviru drugih nastavnih jedinica koji se rješavaju postavljanjem i rješavanjem linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom kako bi se izbjegla nepreciznost učenika i djelomično zaboravljanje rješavanja linearnih jednadžba.

19. ZADATAK // B20404P03X1_70

Riješi sustav jednačba.

$$\begin{cases} 4x + y + 9 = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Odgovor: $x =$ _____, $y =$ _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Jednadžbe
ISHOD UČENJA NI	riješiti jednostavnije matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se ovisnostima dviju veličina u različitim zapisima

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	usvojiti postupak metode suprotnih koeficijenata i metode supstitucije; u zadanim primjerima samostalno odrediti koja od dviju metoda dovodi do jednostavnijega načina rješavanja
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$x = \underline{-4}$, $y = \underline{7}$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	razumijevanje

ANALIZA // B20404P03X1_70

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	600	16,0	32,3	32,3
	1	20	0,5	1,1	33,4
	11	357	9,5	19,2	52,6
	12	8	0,2	0,4	53,0
	2	231	6,2	12,4	65,4
	3	26	0,7	1,4	66,8
	4	2	0,1	0,1	67,0
	5	5	0,1	0,3	67,2
	6	3	0,1	0,2	67,4
	7	18	0,5	1,0	68,4
	9	588	15,7	31,6	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo samo 19,6 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 32,3 % učenika, a 31,6 % učenika ga je riješilo izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 13,8 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak ili ga nisu proveli do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

Dio učenika netočno je svodio sustav na standardni oblik. Ako to nisu činili, pri zbrajanju jednadžba griješili su u predznacima. Česta je greška bila da je zbroj istoimenih nepoznanica s istim, a ne suprotnim koeficijentima jednak nuli. Uspješnost učenika u rješavanju bit će veća dodatnim uvježbavanjem ovakvih tipova zadataka kroz druge nastavne teme tijekom sedmoga i osmoga razreda. Potrebno je češće zadavati i rješavati zadatke u kojima se do rješenja dolazi primjenom sustava dviju linearnih jednadžba s dvjema nepoznicama.

20. ZADATAK// B10207P05X_33B

Izračunaj.

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Razlomci, decimalni brojevi i postotci
ISHOD UČENJA NI	računati s razlomcima i decimalnim brojevima (zbrajati, oduzimati, množiti, dijeliti i kvadrirati)

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	usvojiti postupak zbrajanja i oduzimanja razlomaka različitih nazivnika
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$\frac{8}{9}$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B10207P05X_33B

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	14	0,4	2,3
	1	4	0,1	2,9
	11	393	10,5	66,2
	12	8	0,2	67,5
	2	8	0,2	68,8
	3	12	0,3	70,7
	4	6	0,2	71,7
	5	1	0	71,8
	6	1	0	72,0
	7	9	0,2	73,4
	9	165	4,4	100,0
	Ukupno	621	16,5	100,0

Učenicima je zadatak bio lagan. Točno ga je riješilo 64,6 % učenika. Ipak, potrebno je istaknuti da je zadatak izvan matematičkoga konteksta riješilo čak 26,6 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Učenici su zbrajali razlomke ne proširujući ih do zajedničkoga nazivnika, već zbrajajući brojnik s brojnikom te nazivnik s nazivnikom ili skraćujući brojnik prvoga razlomka s nazivnikom drugoga razlomka i nazivnik prvoga razlomka s brojnikom drugoga razlomka. Taj dio učenika koristi se pogrešnom procedurom pri zbrajanju razlomaka različitih nazivnika. Poželjno je učenike češće, a ne samo u trenutku obrade, slikovnim prikazom podsjećati da se vrijednost razlomka ne mijenja proširivanjem. Preporučuje se i češće rješavanje problema iz svakodnevnoga života gdje se do rješenja dolazi zapisivanjem i rješavanjem izraza u kojima se pojavljuje zbrajanje i/ili oduzimanje racionalnih brojeva zapisanih u obliku razlomaka.

21. ZADATAK // B20302P14X_57A

Zadanu razliku kvadrata zapiši u obliku umnoška.

$$p^2 - q^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	prevesti algebarski izraz zadan riječima u simbole i modelirati situaciju korištenjem algebarskih izraza

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	rastaviti razliku kvadrata na faktore
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$(p - q)(p + q)$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20302P14X_57A

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	204	5,4	32,9	32,9
	12	118	3,1	19,0	51,9
	2	6	0,2	1,0	52,8
	3	22	0,6	3,5	56,4
	7	12	0,3	1,9	58,3
	9	259	6,9	41,7	100,0
	Ukupno	621	16,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo samo 19 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 32,9 % učenika, a izvan matematičkoga konteksta riješilo ga je 41,7 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se 3,5 % učenika, ali nisu proveli postupak do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

Pojedini su učenici kvadratu p^2 i q^2 samo zapisali u obliku umnožaka ($p^2 = p \cdot p$, $q^2 = q \cdot q$), a pojedini su se u rastavu na faktore zadane razlike kvadrata koristili samo faktorom $(p - q)$.

Preporučuje se učenicima zadavati više zadataka u kojima se traži umnožak dvaju binoma čiji je rezultat algebarski izraz oblika razlike kvadrata. Tako bi učenici trajno povezali dani umnožak i razliku kvadrata kao rezultat toga umnoška. Nakon obrade potrebno je učenicima zadati da samostalno istraže geometrijsko objašnjenje formule za razliku kvadrata jer će vizualizacija pridonijeti njezinu boljem razumijevanju i usvajanju.

22. ZADATAK // B20302P14X_57C

Zadanu razliku kvadrata zapiši u obliku umnoška.

$$\frac{1}{4}x^2 - 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	prevesti algebarski izraz zadan riječima u simbole i modelirati situaciju korištenjem algebarskih izraza

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	rastaviti razliku kvadrata na faktore
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$\left(\frac{1}{2}x-3\right)\left(\frac{1}{2}x+3\right)$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B20302P14X_57C

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	232	6,2	37,4
	11	1	0	37,5
	12	62	1,7	47,5
	2	14	0,4	49,8
	3	13	0,3	51,9
	5	1	0	52,0
	7	32	0,9	57,2
	9	266	7,1	100,0
	Ukupno	621	16,5	100,0

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo samo 10,2 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 37,4 % učenika, a izvan matematičkoga konteksta riješilo ga je 42,8 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se 4,4 % učenika, ali nisu proveli postupak do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

Pojedini su učenici zapisali samo faktor $\left(\frac{1}{2}x - 3\right)$ u rastavu na faktore zadane razlike kvadrata i uz pomoć njega algebarski izraz oblika kvadrata razlike. Pojedini su učenici točno zapisane faktore $\left(\frac{1}{2}x - 3\right)$ i $\left(\frac{1}{2}x + 3\right)$ nepotrebno kvadrirali, a pojedini su pogrešno zaključili da su traženi faktori $\left(\frac{1}{4}x - 9\right)$ i $\left(\frac{1}{4}x + 9\right)$.

Preporučuje se češće rješavanje zadataka u kojima se traži umnožak dvaju binoma čiji je rezultat algebarski izraz oblika razlike kvadrata kako bi učenici trajno povezali razliku kvadrata i umnožak dvaju odgovarajućih binoma.

23. ZADATAK // B20302P08X_51B

Kvadriraj.

$$\left(2x + \frac{1}{3}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	zbrajati, oduzimati, množiti i uspoređivati jednostavne algebarske izraze primjenjujući pravila komutativnosti, asocijativnosti i distributivnosti te formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	kvadrirati zbroj i razliku dvaju brojeva
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$4x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{9}$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20302P08X_51B

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	64	1,7	10,3	10,3
	11	76	2,0	12,2	22,5
	12	16	0,4	2,6	25,1
	2	58	1,5	9,3	34,5
	3	10	0,3	1,6	36,1
	4	1	0	0,2	36,2
	7	113	3,0	18,2	54,4
	9	283	7,5	45,6	100,0
	Ukupno	621	16,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo samo 14,8 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 10,3 % učenika, a izvan matematičkoga konteksta riješilo ga je 45,6 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se 10,9 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak ili ga nisu proveli do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

Pojedini su učenici korektno kvadrirali binom, ali rezultat nisu zapisali u najjednostavnijemu obliku, pojedini su kvadrirali samo prvi i drugi član binoma bez srednjega člana u rezultatu (dvostruki umnožak prvoga i drugoga člana binoma), a pojedini su rješavanje zadatka sveli na rješavanje jednadžbe.

Geometrijsko objašnjenje formule pridonijelo bi trajnijemu usvajanju pa se preporučuje nakon obrade kvadrata binoma učenicima zadati da pronađu i analiziraju geometrijsko objašnjenje usvojene formule. Učenike bi se pri rješavanju ovakvih zadataka trebalo podsjetiti na značenje zapisa kvadrata broja ili algebarskoga izraza, što bi im omogućilo da riješe zadatak, ako ne prema formuli za kvadrat binoma, onda kao umnožak dvaju jednakih binoma.

24. ZADATAK // B10302P01X_6A

Izračunaj.

$$-12 + 17 = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Cijeli brojevi
ISHOD UČENJA NI	računati s cijelim brojevima (zbrajati, oduzimati, množiti, dijeliti i kvadrirati)

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	usvojiti postupak zbrajanja cijelih brojeva
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	5
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	pamćenje

ANALIZA // B10302P01X_6A

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	6	0,2	1,0	1,0
	1	51	1,4	8,4	9,4
	11	9	0,2	1,5	10,9
	12	508	13,5	83,8	94,7
	4	1	0	0,2	94,9
	7	3	0,1	0,5	95,4
	9	28	0,7	4,6	100,0
	Ukupno	606	16,1	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo lagan. Točno ga je riješilo 85,3 % učenika. Ipak, potrebno je istaknuti da je zadatak izvan matematičkoga konteksta riješilo čak 5,6 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Dio učenika pri zbrajanju nije primjenjivao pravilo zbrajanja cijelih brojeva različitih predznaka, već su, primjenjujući pravilo množenja cijelih brojeva različitih predznaka i zbrajajući apsolutne vrijednosti brojeva, dolazili do netočnoga rezultata. Preporučuje se učenike češće podsjećati na mogućnost povezivanja zbrajanja cijelih brojeva s dobitkom i dugovanjem (primjeri iz stvarnoga života) te da se pravila zbrajanja cijelih brojeva ponavljaju kroz različite zadatke u okviru drugih matematičkih tema.

25. ZADATAK // B20302P14X_57B

Zadanu razliku kvadrata zapiši u obliku umnoška.

$$16a^2 - 9b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	prevesti algebarski izraz zadan riječima u simbole i modelirati situaciju korištenjem algebarskih izraza

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	rastaviti razliku kvadrata na faktore
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$(4a - 3b)(4a + 3b)$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20302P14X_57B

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	137	3,6	22,6	22,6
	11	4	0,1	0,7	23,3
	12	100	2,7	16,5	39,8
	3	12	0,3	2,0	41,7
	7	53	1,4	8,7	50,5
	9	300	8,0	49,5	100,0
	Ukupno	606	16,1	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo samo 17,2 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 22,6 % učenika, a izvan matematičkoga konteksta riješilo ga je 49,5 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Pojedini su učenici pisali samo faktor $(4a - 3b)$ u rastavu na faktore zadane razlike kvadrata i uz pomoć njega zapisali algebarski izraz oblika kvadrata razlike, a pojedini su točno zapisane faktore $(4a - 3b)$ i $(4a + 3b)$ kvadrirali. Pojedini su učenici pogrešno zaključili da su traženi faktori $(16a - 9b)$ i $(16a + 9b)$.

Preporučuje se podsjećati učenike na geometrijsku interpretaciju formule za razliku kvadrata.

26. ZADATAK // B20302P13X_56C

U pravokutnike upiši odgovarajuće matematičke simbole tako da vrijedi navedena jednakost.

$$(2a + 3b)(2a - 3b) \quad \boxed{}^2 - \boxed{}^2$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	zbrajati, oduzimati, množiti i uspoređivati jednostavne algebarske izraze primjenjujući pravila komutativnosti, asocijativnosti i distributivnosti te formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	rastaviti razliku kvadrata na faktore
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$(2a)^2 - (3b)^2$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B20302P13X_56C

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	107	2,8	17,7
	11	13	0,3	19,8
	12	185	4,9	50,3
	3	1	0	50,5
	4	1	0	50,7
	7	90	2,4	65,5
	9	209	5,6	100,0
	Ukupno	606	16,1	100,0

Zadatak je učenicima bio težak. Točno ga je riješilo 32,6 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 17,7 % učenika, a izvan matematičkoga konteksta riješilo ga je 34,5 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Pojedini su učenici u pravokutnike upisivali monome $4a$ i $9b$ ili su prepisali faktore $2a + 3b$ i $2a + 3b$ zadanoga umnoška, ali su kvadrirali brojčane koeficijente u njima pa su rješenje zapisali tako da su u prvome pravokutniku upisali $4a + 9b$ i $4a - 9b$. Način na koji je u zadatku predviđeno rješenje zbunjivao je učenike. Učenici su netočno rješavali zadatak jer su dodatno naznačili kvadrat iznad monoma zanemarujući već zapisani kvadrat nad pravokutnikom.

Preporučuje se podsjećati učenike na geometrijsku interpretaciju formule za razliku kvadrata kako bi trajno povezali dani umnožak i algebarski izraz razlike kvadrata kao rezultat toga umnoška.

27. ZADATAK // B20402P02X_65B

Riješi jednadžbu.

$$4x + 9 = 18 + 7x$$

Odgovor: $x =$ _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Jednadžbe
ISHOD UČENJA NI	riješiti linearnu jednadžbu

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	rješavati jednadžbe oblika $ax + b = 0$ i jednostavnije jednadžbe koje se mogu svesti na taj oblik
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$x = -3$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20402P02X_65B

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	40	1,1	6,6
	1	63	1,7	10,4
	11	370	9,9	61,1
	12	2	0,1	0,3
	2	77	2,1	12,7
	4	6	0,2	1,0
	5	2	0,1	0,3
	6	1	0	0,2
	7	1	0	0,2
	9	44	1,2	7,3
	Ukupno	606	16,1	100,0

Zadatak je učenicima bio lagan. Točno ga je riješilo 61,4 % učenika, a nije ga ni pokušalo riješiti ili ga je izvan matematičkoga konteksta riješilo 13,9 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se 12,7 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak.

KOMENTAR I PREPORUKE

Linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom obrađuju se u šestome razredu osnovne škole. Preporučuje se uvođenje linearnih jednadžba s jednom nepoznanicom u peti razred gdje bi se rješavale poznavanjem veze između računskih radnja zbrajanja i oduzimanja, odnosno množenja i dijeljenja. Poželjno je pronalaziti primjere iz svakodnevnoga života i u okviru drugih nastavnih jedinica koji se rješavaju postavljanjem i rješavanjem linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom.

28. ZADATAK // B10103P120_15

Koji je broj 5 puta manji od broja 15 075?

Odgovor: _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Prirodni brojevi
ISHOD UČENJA NI	računati s prirodnim brojevima (zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti s ostatkom)

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	ovladati postupkom pisanoga dijeljenja višeznamenkastoga broja jednoznamenkastim brojem (4. r), znati upotrebljavati vezu između množenja i dijeljenja uz procjenu rezultata (5. r)
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	3015
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B10103P120_15

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	113	3,0	6,0
	1	252	6,7	13,3
	11	1117	29,7	58,9
	12	108	2,9	83,8
	3	12	0,3	84,4
	4	18	0,5	85,4
	5	12	0,3	86,0
	6	2	0,1	86,1
	7	3	0,1	86,3
	9	260	6,9	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0

Zadatak je učenicima bio lagan. Točno ga je riješilo 64,6 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti ili ga je izvan matematičkoga konteksta riješilo 19,7 % učenika, a 13,3 % učenika pogriješilo je u računskim operacijama.

KOMENTAR I PREPORUKE

Dijeljenje prirodnih brojeva osnovna je računska operacija koju učenici trebaju potpuno savladati u četvrtome razredu osnovne škole. Ta se računska operacija obrađuje i uvježbava pri kraju četvrtoga razreda. Preporučuje se računsku operaciju dijeljenja planom i programom predvidjeti u obradi najkasnije početkom drugoga polugodišta četvrtoga razreda kako bi se uvježbavala kroz druge nastavne jedinice (npr. u nastavnoj cjelini *Površina pravokutnika i kvadrata* koja bi se mogla obraditi nakon nastavne cjeline *Dijeljenje višeznamenkastih brojeva jednoznamenkastim i dvoznamenkastim brojem*).

29. ZADATAK// B10107P020_40

Odredi **najveći** prirodni broj n tako da vrijednost izraza $\sqrt{315 \cdot n}$ **ne bude** veća od 105.

Odgovor: $n =$ _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Realni brojevi
ISHOD UČENJA NI	djelomično korjenovati prirodne brojeve i razlomke primjenom faktORIZACIJE

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	korjenovati realne brojeve
TIP ZADATAKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	35
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B10107P020_40

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	1067	28,4	56,2
	1	9	0,2	56,7
	11	85	2,3	61,2
	12	11	0,3	61,8
	2	39	1,0	63,8
	3	14	0,4	64,6
	4	2	0,1	64,7
	5	4	0,1	64,9
	7	56	1,5	67,8
	9	610	16,2	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo samo 5,1 % učenika, a nije ga ni pokušalo riješiti ili ga je izvan matematičkoga konteksta riješilo 88,4 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Korjenovanje se obrađuje u osmome razredu osnovne škole. Postupak djelomičnoga korjenovanja s učenicima se uglavnom uvježbava na zadacima u kojima je radikand racionalan broj. S takvim se tipom zadatka učenici nisu susretali tijekom školovanja u redovnoj nastavi. Ako su učenici i usvojili postupak djelomičnoga korjenovanja, zadatak im je bio vrlo težak jer se od njih očekuje konceptualno znanje.

Preporučuje se više uvježbavati takve tipove zadataka i uvrstiti ih u udžbenike kako bi učenici bili uspješniji u njihovu rješavanju.

30. ZADATAK// B10202P02X_7B

Broj 7 zapiši u obliku razlomka čiji je nazivnik 7.

Odgovor: _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Razlomci, decimalni brojevi i postotci
ISHOD UČENJA NI	prepoznati i odrediti ekvivalentne razlomke

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	usvojiti način zapisivanja i čitanja razlomka te značenje brojnika i nazivnika
TIP ZADATAKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$\frac{49}{7}$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // B10202P02X_7B

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	43	1,1	6,7	6,7
	11	45	1,2	7,0	13,7
	12	136	3,6	21,2	34,8
	3	2	0,1	0,3	35,1
	4	1	0	0,2	35,3
	7	118	3,1	18,4	53,7
	9	298	7,9	46,3	100,0
	Ukupno	643	17,1	100,0	

Zadatak je učenicima bio težak. Točno ga je riješilo 28,2 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti ili ga je izvan matematičkoga konteksta riješilo 53 % učenika, a matematički neorektnom metodom ga je netočno riješilo 18,4 % učenika.

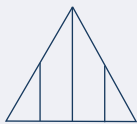
KOMENTAR I PREPORUKE

Među netočnim odgovorima bili su razlomci čiji je nazivnik sedam, a brojnici jedan, sedam ili neki drugi prirodni broj, što ukazuje na to da učenici vladaju pojmovima brojnika i nazivnika razlomka, ali ne razumiju njihovo značenje.

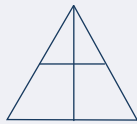
Učenicima se već u nižim razredima preporučuje upoznavanje sa zapisom količnika dvaju prirodnih brojeva u obliku razlomka. Također, preporučuje se češće uvježbavanje zadataka u kojima će učenici povezivati razlomak sa svim vrstama brojevnih zapisa. To će pridonijeti razvoju konceptualnoga znanja neophodnoga za razumijevanje različitih zapisa racionalnih brojeva, a samim tim i osposobiti učenike da budu uspješniji u rješavanju takvih tipova zadataka.

31. ZADATAK // B10204P030_18

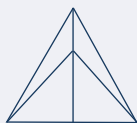
Koja slika prikazuje podjelu površine trokuta na četvrtine? Zaokruži slovo uz tu sliku.



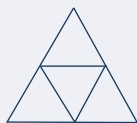
A.



B.



C.



D.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Razlomci, decimalni brojevi i postotci
ISHOD UČENJA NI	prepoznati i prikazati razlomke, decimalne brojeve i postotke prikazane grafičkim modelima duljine, površine i skupova objekata

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	vizualizirati pojam razlomka
TIP ZADATKA	zatvoreni
TOČAN ODGOVOR	D.
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	razumijevanje

ANALIZA // B10204P030_18

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	7	0,2	0,4	0,4
	12	1349	35,9	71,1	71,5
	7	516	13,7	27,2	98,7
	9	25	0,7	1,3	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio lagan. Točno ga je riješilo 71,1 % učenika. Među učenicima bilo je 27,2 % onih koji su odabrali netočan odgovor.

KOMENTAR I PREPORUKE

Razlomci se kao zasebna nastavna cjelina obrađuju u petome razredu osnovne škole. Učenicima se već u nižim razredima preporučuje upoznavanje sa zapisom količnika dvaju prirodnih brojeva u obliku razlomka. Također, preporučuje se češće uvježbavanje zadataka u kojima će učenici povezivati slikovni prikaz razlomka sa svim vrstama brojevnih zapisa. To će pridonijeti razumijevanju pojma razlomka kao i značenju nazivnika, odnosno brojnika razlomka.

32. ZADATAK // B10302P01X_6D

Izračunaj.

$$-12 - (-17) = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Cijeli brojevi
ISHOD UČENJA NI	računati s cijelim brojevima (zbrajati, oduzimati, množiti, dijeliti i kvadrirati)

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	usvojiti postupak oduzimanja cijelih brojeva
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	5
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B10302P01X_6D

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	17	0,5	2,6	2,6
	1	75	2,0	11,7	14,3
	11	292	7,8	45,4	59,7
	12	181	4,8	28,1	87,9
	2	2	0,1	0,3	88,2
	3	2	0,1	0,3	88,5
	4	1	0	0,2	88,6
	7	29	0,8	4,5	93,2
	9	44	1,2	6,8	100,0
	Ukupno	643	17,1	100,0	

Učenicima je zadatak bio lagan. Uspješno ga je riješilo 73,5 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti ili ga je izvan matematičkoga konteksta riješilo 9,4 % učenika, a 11,7 % učenika pogriješilo je u računskim operacijama.

KOMENTAR I PREPORUKE

Pojedini su učenici dobro zaključili da oduzeti neki cijeli broj znači pribrojiti mu suprotan broj, ali su zatim griješili u zbrajanju. Neki odgovori (19 njih) ukazuju da su pojedini učenici zbrojili apsolutne vrijednosti umanjenika i umanjitelja i pogrešno primijenili pravilo koje vrijedi pri množenju cijelih brojeva jednakih predznaka jer im je rezultat bio pozitivan broj, dok su pojedini učenici kao rezultat pisali minus devetnaest, što ukazuje na to da ne razumiju što znači oduzeti cijeli broj, zanemarivali su računsku radnju oduzimanja te su zadatak rješavali kao zbroj dvaju negativnih brojeva.

Preporučuje se pri obradi i uvježbavanju zbrajanja i oduzimanja cijelih brojeva učenicima približiti postupak slikovnim prikazom („topli“ i „hladni“ žetoni) te postupak zbrajanja i oduzimanja cijelih brojeva češće povezivati sa zadacima iz svakodnevnoga života (dugovanje i povrat duga, negativan i/ili pozitivan saldo na tekućemu računu).

33. ZADATAK // B10403P030_7

Djelomično korjenuj.

$$\sqrt{50} = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Realni brojevi
ISHOD UČENJA NI	djelomično korjenovati prirodne brojeve i razlomke primjenom faktORIZACIJE

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	djelomično korjenovati
TIP ZADATAKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // B10403P030_7

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	271	7,2	14,3	14,3
	1	1	0	0,1	14,3
	11	748	19,9	39,4	53,8
	12	55	1,5	2,9	56,7
	2	162	4,3	8,5	65,2
	3	175	4,7	9,2	74,4
	4	2	0,1	0,1	74,5
	5	14	0,4	0,7	75,3
	7	75	2,0	4,0	79,2
	9	394	10,5	20,8	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio srednje težak. Točno ga je riješilo 43,3 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti ili ga je izvan matematičkoga konteksta riješilo 31,5 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se 8,5 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak. Postupak nije provelo do kraja 9,2 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Učenici su broj 50 zapisivali u obliku umnoška brojeva 25 i 2, ali su konačno pogrešnim zaključivanjem dobili rezultat 2. Pojedini su učenici radikand zapisivali u obliku umnoška, no faktori nisu bili kvadrati niti jednoga prirodnog broja (npr. 10 i 5) ili su broj 50 zapisali kao umnožak brojeva 25 i 2 i iskoristili formulu za korijen umnoška, ali nisu korjenovali broj 25 pa zadatak nisu riješili do kraja.

Preporučuje se češće rješavanje ovakvih tipova zadataka u okviru nastavnih cjelina *Pitagorin poučak* te *Geometrijska tijela* pogodnim odabirom duljina stranica geometrijskih likova odnosno duljina bridova geometrijskih tijela te njihovo rješavanje bez korištenja džepnoga računala.

34. ZADATAK// B20101P01X_1C

Izračunaj.

24 % od 2,5 = _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Predalgebarske vještine (omjer, razmjer, postotni račun)
ISHOD UČENJA NI	odrediti postotak pozitivnoga razlomka i decimalnoga broja

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	računati s postotcima te ih primjenjivati na zadatke iz znanosti i svakidašnjice
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	0.6
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B20101P01X_1C

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	229	6,1	35,6
	1	22	0,6	39,0
	11	143	3,8	61,3
	12	7	0,2	62,4
	2	22	0,6	65,8
	3	12	0,3	67,7
	4	10	0,3	69,2
	5	1	0	69,4
	6	1	0	69,5
	7	5	0,1	70,3
	9	191	5,1	100,0
	Ukupno	643	17,1	100,0

Zadatak je učenicima bio težak. Točno ga je riješilo 23,3 % učenika, a nije ga ni pokušalo riješiti ili ga je izvan matematičkoga konteksta riješilo 65,3 % učenika. Matematički korektnom metodom koristilo se 3,4 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak (postotak nije zapisan u obliku razlomka ili u decimalnome zapisu), a 1,6 % učenika koristilo se matematički korektnom metodom i točno odgovorilo, ali su rezultat zapisali sa znakom postotka pa je krajnji zapis rješenja bio pogrešan.

KOMENTAR I PREPORUKE

Postotci se obrađuju u sedmome razredu osnovne škole. Preporučuje se uz rješavanje zadataka u drugim nastavnim cjelinama vezanim uz trenutačno obrađivane sadržaje ponavljanje i provjeravanje kompetencija učenika vezanih uz postotke i postotni račun.

35. ZADATAK //B20103P040_14

Odredi broj b tako da omjer $b : 7$ bude jednak omjeru $3 : 2$.

Odgovor: $b =$ _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Predalgebarske vještine (omjer, razmjer, postotni račun)
ISHOD UČENJA NI	prepoznati i odrediti ekvivalentne omjere

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	odrediti bilo koji nepoznati član proporcije koristeći se osnovnim svojstvom proporcije
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$b = \frac{21}{2} = 10.5$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // B20103P040_14

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	613	16,3	32,3	32,3
	1	32	0,9	1,7	34,0
	11	497	13,2	26,2	60,2
	12	43	1,1	2,3	62,5
	2	75	2,0	4,0	66,4
	3	19	0,5	1,0	67,4
	4	6	0,2	0,3	67,7
	5	5	0,1	0,3	68,0
	6	4	0,1	0,2	68,2
	7	10	0,3	0,5	68,7
	9	593	15,8	31,3	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio srednje težak, ali s obzirom da ga je samo 28,5 % učenika točno riješilo, znači da je učenicima bio težak. Nije ga ni pokušalo riješiti čak 32,3 % učenika, a 31,3 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta.

KOMENTAR I PREPORUKE

Kao točan odgovor priznaje se i 10,5. Loša riješenost zadatka može se tumačiti pretpostavkom da se ishod učenja *prepoznati i odrediti ekvivalentne omjere* ne zadaje u nastavi Matematike na način na koji je zadan u zadatku, dakle riječima. Kada bi isti zadatak bio zadan u omjeru, riješenost bi bila veća. Preporučuje se zadavanje tekstualnih zadataka na nastavi Matematike iz kojih učenici moraju postaviti zadanu problemsku situaciju.

36. ZADATAK// B20202P010_36

Zadan je niz brojeva: 3, 8, 23, 68, 203, 608. Kojim je od sljedećih pravila dobiven taj niz?
Zaokruži slovo uz točan odgovor.

- A. Prethodni član niza pomnoži brojem 2 pa rezultat uvećaj za 2.
- B. Prethodni član niza pomnoži brojem 3 pa rezultat umanji za 1.
- C. Prethodni član niza pomnoži brojem 4 pa rezultat umanji za 4.
- D. Prethodni član niza pomnoži brojem 5 pa rezultat umanji za 7.

SDRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SDRŽAJNA CJELINA NI	Zakovitosti u brojevnim nizovima
ISHOD UČENJA NI	odrediti i primijeniti pravilo kojim je zadan brojevni niz

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	uvježbati računske radnje s prirodnim brojevima uz poštovanje redoslijeda računskih radnja
TIP ZADATKA	zatvoreni (višestruki izbor)
TOČAN ODGOVOR	B
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20202P010_36

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	59	1,6	3,1	3,1
	12	1346	35,8	71,0	74,1
	7	479	12,8	25,3	99,3
	9	13	0,3	0,7	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio srednje težak, ali s obzirom da ga je 71 % učenika točno riješilo, znači da je učenicima bio lagan. Budući da je zadatak bio višestrukoga izbora, nije moguće isključiti metodu pogađanja točnoga odgovora.

KOMENTAR I PREPORUKE

Obrazovni ishod učenja *odrediti i primijeniti pravilo kojim je zadan brojevni niz* nije u postojećem Nastavnom planu i programu za osnovnu školu (MZO, 2006), ali se može svrstati u odgojno-obrazovno postignuće *uvježbati računske radnje s prirodnim brojevima uz poštovanje redoslijeda računskih radnja*. Preporučuje se na nastavi Matematike, uz postojeće zadatke u zbirkama zadataka, učenicima zadavati problemske zadatke u kojima se provjeravaju ne samo proceduralno znanje, već i konceptualno znanje i primjena.

37. ZADATAK // B20302P08X_51C

Kvadriraj.

$$(-x + 2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	zbrajati, oduzimati, množiti i uspoređivati jednostavne algebarske izraze primjenjujući pravila komutativnosti, asocijativnosti i distributivnosti te formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	kvadrirati zbroj dvaju brojeva
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$x^2 - 4x + 4$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20302P08X_51C

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	69	1,8	10,7	10,7
	1	1	0	0,2	10,9
	11	49	1,3	7,6	18,5
	12	8	0,2	1,2	19,8
	2	124	3,3	19,3	39,0
	3	9	0,2	1,4	40,4
	4	2	0,1	0,3	40,7
	5	1	0	0,2	40,9
	7	62	1,7	9,6	50,5
	9	318	8,5	49,5	100,0
	Ukupno	643	17,1	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio srednje težak, ali ga je točno riješilo samo 8,8 % učenika. Nije ga ni pokušalo riješiti 10,7 % učenika, a zabrinjavajuće je da ga je 49,5 % učenika riješilo izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 19,3 % učenika, ali proveli su pogrešno postupak do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

S obzirom da zadatak provjerava činjenično znanje učenika i stečenu proceduru rješavanja i da je navedeni matematički sadržaj prema Nastavnome planu i programu za Matematiku gradivo osmoga razreda, zabrinjavajuće je da je zadatak točno riješilo samo 8,8 % učenika. S druge strane, lošu riješenost zadatka možemo pripisati tomu što je u danome zadatku kvadrat binoma bio zadan na način da je prvi član imao predznak – (minus). Da je zadatak bio zadan na način: *Kvadriraj*, vjerojatno bi postotak točnih odgovora bio veći. Preporučuje se pri uvježbavanju proceduralnoga znanja na nastavi Matematike, kao što je u danome primjeru kvadrat binoma, zadavati zadatke na način da učenici primjenjuju stečena matematička znanja i povezuju matematičke sadržaje prema horizontalnoj i vertikalnoj komponenti.

38. ZADATAK // B20406P010_76

Zbroj polovine, trećine i četvrtine nekoga broja veći je za 6 od toga broja.

Koji je to broj?

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Jednadžbe
ISHOD UČENJA NI	rješavati probleme primjenjujući linearne jednadžbe i sustave dviju linearnih jednadžba s dvjema nepoznicama

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	razvijati razumijevanje i analiziranje problemskih zadataka, upotrebljavati usvojeno znanje i moći zapisati jednostavnije probleme u obliku linearne jednadžbe s jednom nepoznicom
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	72
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // B20406P010_76

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	877	23,4	46,2
	1	1	0	46,3
	11	100	2,7	51,6
	12	9	0,2	52,0
	2	112	3,0	57,9
	3	10	0,3	58,5
	4	1	0	58,5
	5	16	0,4	59,4
	7	38	1,0	61,4
	9	733	19,5	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0

Zadatak je prema procjeni bio srednje težak, no s obzirom da ga je točno riješilo samo 5,8 % učenika, znači da je učenicima bio vrlo težak. Nije ga ni pokušalo riješiti čak 46,2 % učenika, a 38,6 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 5,9 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

Ishod učenja *rješavati probleme primjenjujući linearne jednadžbe* kao i odgojno-obrazovno postignuće *razvijati razumijevanje i analiziranje problemskih zadataka te upotrebljavati usvojeno znanje i moći zapisati jednostavnije probleme u obliku linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom* prema Nastavnome planu i programu za osnovnu školu (MZO, 2006) u zadatku nisu ostvareni. Riješenost zadatka je loša zbog toga što se rješavanje linearnih jednadžba u nastavi Matematike svodi uglavnom na proceduralno rješavanje, a ne na rješavanje problemskih zadataka, ali i zbog nedovoljne čitalačke pismenosti učenika. Preporučuje se na nastavi Matematike nakon usvojene procedure rješavanja linearne jednadžbe prijeći na zadavanje problemskih situacija iz svakodnevnoga života kako bi učenici mogli razumjeti koncept linearne jednadžbe.

39. ZADATAK // B10205P03X_25D

Napiši u obliku decimalnoga broja.

4,3 % = _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Razlomci, decimalni brojevi i postotci
ISHOD UČENJA NI	prelaziti iz jednoga zapisa broja (razlomak, decimalni broj, postotak) u druge

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	računanje s postotcima
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	0.043
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B10205P03X_25D

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	86	2,3	13,7
	1	2	0,1	14,0
	11	79	2,1	26,6
	12	131	3,5	47,5
	2	5	0,1	48,2
	3	7	0,2	49,4
	4	3	0,1	49,8
	5	1	0	50,0
	7	158	4,2	75,2
	9	156	4,2	100,0
	Ukupno	628	16,7	100,0

Zadatak je prema procjeni bio lagan, ali s obzirom da ga je točno riješilo samo 33,5 % učenika, znači da je učenicima bio težak. Nije ga ni pokušalo riješiti 13,7 % učenika, a 24,8 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički nekorektnom metodom koristilo se 25,2 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Iako zadatak provjerava činjenično matematičko znanje te uvježbanu proceduru, točno ga je riješilo samo 33,5 % učenika. Potrebno je na nastavi Matematike nakon uvježbane procedure prijelaza iz jednoga zapisa broja u drugi zadavati učenicima konkretne problemske situacije u kojima se uvježbana proceduralna znanja moraju primijeniti.

40. ZADATAK// B10302P04X_9D

Izračunaj.

$$6 - 24 : 3 - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Cijeli brojevi
ISHOD UČENJA NI	računati s cijelim brojevima (zbrajati, oduzimati, množiti, dijeliti i kvadrirati)

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	uvježbati računske radnje s cijelim brojevima uz poštovanje redoslijeda računskih radnja
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	–3
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // B10302P04X_9D

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	8	,2	1,3	1,3
	1	101	2,7	16,1	17,4
	11	378	10,1	60,2	77,5
	12	23	0,6	3,7	81,2
	2	29	0,8	4,6	85,8
	3	2	0,1	0,3	86,1
	4	2	0,1	0,3	86,5
	7	11	0,3	1,8	88,2
	9	74	2,0	11,8	100,0
	Ukupno	628	16,7	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio vrlo lagan, ali samo ga je 63,9 % učenika točno riješilo. Matematički korektnom metodom koristilo se 16,1 % učenika, ali su griješili u računskim operacijama, a 11,8 % učenika riješilo je zadatak izvan matematičkoga konteksta.

KOMENTAR I PREPORUKE

Zadatkom se provjerava temeljno znanje matematičkih sadržaja. Prema dobivenim podacima čak trećina učenika osmih razreda nije usvojila proceduru računanja s cijelim brojevima te poštovanje redoslijeda računskih radnja. Potrebno je na nastavi Matematike nakon uvježbane procedure računanja s cijelim brojevima zadavati učenicima konkretne problemske situacije u kojima se uvježbana proceduralna znanja moraju primijeniti.

41. ZADATAK // B20101P01X_1A

Izračunaj.

115 % od 2000 = _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Predalgebarske vještine (omjer, razmjer, postotni račun)
ISHOD UČENJA NI	odrediti treći podatak ako su zadana dva od triju podataka: osnovna veličina, postotni dio i postotak

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	računanje s postotcima
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	2300
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20101P01X_1A

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	248	6,6	39,5	39,5
	1	19	0,5	3,0	42,5
	11	155	4,1	24,7	67,2
	12	16	0,4	2,5	69,7
	2	21	0,6	3,3	73,1
	3	4	0,1	0,6	73,7
	4	2	0,1	0,3	74,0
	5	1	0	0,2	74,2
	7	11	0,3	1,8	76,0
	9	151	4,0	24,0	100,0
	Ukupno	628	16,7	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio lagan, ali samo ga je točno riješilo 27,2 % učenika. Nije ga ni pokušalo riješiti 39,5 % učenika, a 24 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 7,2 % učenika, ali su pogriješili u računskim operacijama ili su pogrešno proveli postupak ili postupak nisu proveli do kraja ili je rješenje zadatka prevedeno u zapis koji se nije tražio.

KOMENTAR I PREPORUKE

Podatak da je samo 27,2 % učenika točno riješilo zadatak govori da učenici nisu savladali temeljni koncept računanja s postotcima. Zabrinjavajuće je da 39,5 % učenika nije ni pokušalo riješiti zadatak iako je riječ o proceduralnome znanju koje je trebalo biti savladano na nastavi Matematike. Preporučuje se savladati temeljne koncepte u nastavi Matematike te više inzistirati na dijelu gradiva koje se tiče računanja s postotcima zbog njegove primjene u svakodnevnim životnim situacijama.

42. ZADATAK //B20302P08X_51D

Kvadriraj.

$$(1 + \sqrt{x})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	zbrajati, oduzimati, množiti i uspoređivati jednostavne algebarske izraze primjenjujući pravila komutativnosti, asocijativnosti i distributivnosti te formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	kvadrirati zbroj dvaju brojeva
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$1 + 2\sqrt{x} + x$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B20302P08X_51D

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	93	2,5	14,8	14,8
	11	104	2,8	16,6	31,4
	12	22	0,6	3,5	34,9
	2	77	2,1	12,3	47,1
	3	14	0,4	2,2	49,4
	4	16	0,4	2,5	51,9
	7	35	0,9	5,6	57,5
	9	267	7,1	42,5	100,0
	Ukupno	628	16,7	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio srednje težak, ali samo ga je točno riješilo 20,1 % učenika. Nije ga ni pokušalo riješiti 14,8 % učenika, a zabrinjavajuće je da ga je 42,5 % učenika riješilo izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 12,3 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

S obzirom da zadatak provjerava činjenično znanje učenika i stečenu proceduru i da je navedeni matematički sadržaj prema Nastavnome planu i programu za Matematiku gradivo osmoga razreda, zabrinjavajuće je da ga je točno riješilo samo 20,1 % učenika. Lošu riješenost zadatka možemo pripisati tomu što je u zadatku kvadrat binoma bio zadan na način da je jedan od članova bio korijen nenegativnoga broja. Preporučuje se pri uvježbavanju proceduralnoga znanja na nastavi Matematike, kao što je u zadanome primjeru kvadrat binoma, zadavati zadatke u kojima će učenici primjenjivati stečena matematička znanja i povezivati matematičke sadržaje prema horizontalnoj i vertikalnoj komponenti.

43. ZADATAK // B10205P03X_25B

Napiši u obliku decimalnoga broja.

0.02 % = _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Razlomci, decimalni brojevi i postotci
ISHOD UČENJA NI	prelaziti iz jednoga zapisa broja (razlomak, decimalni broj, postotak) u druge

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	računati s postotcima
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	0.0002
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B10205P03X_25B

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	68	1,8	10,9
	1	4	0,1	11,5
	11	56	1,5	20,4
	12	92	2,5	35,1
	2	5	0,1	35,9
	3	3	0,1	36,4
	4	1	0	36,6
	7	116	3,1	55,1
	9	281	7,5	100,0
	Ukupno	626	16,7	100,0

Zadatak je prema procjeni bio lagan, ali s obzirom da ga je točno riješilo 23,6 % učenika, znači da je učenicima bio težak. Nije ga ni pokušalo riješiti čak 10,9 % učenika, a 44,9 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički nekorektnom metodom koristilo se 18,5 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Iako zadatak provjerava činjenično matematičko znanje i uvježbanu proceduru, samo ga je 23,6 % učenika točno riješilo. Potrebno je na nastavi Matematike nakon uvježbane procedure prijelaza iz jednoga zapisa broja u drugi zadavati učenicima problemske situacije u kojima se uvježbana proceduralna znanja moraju primijeniti na konkretnim situacijama iz svakodnevnoga životnog okruženja.

44. ZADATAK// B10207P07X_35B

Izračunaj.

$$\frac{8}{15} : \frac{3}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Brojevi
SADRŽAJNA CJELINA NI	Razlomci, decimalni brojevi i postotci
ISHOD UČENJA NI	računati s razlomcima i decimalnim brojevima (zbrajati, oduzimati, množiti, dijeliti i kvadrirati)

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	razumjeti i usvojiti postupak dijeljenja razlomaka
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$\frac{64}{45} = 1\frac{19}{45}$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // B10207P07X_35B

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	54	1,4	8,6	8,6
	1	32	0,9	5,1	13,7
	11	342	9,1	54,6	68,4
	12	3	0,1	0,5	68,8
	2	22	0,6	3,5	72,4
	3	4	0,1	0,6	73,0
	4	4	0,1	0,6	73,6
	7	2	0,1	0,3	74,0
	9	163	4,3	26,0	100,0
	Ukupno	626	16,7	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio vrlo lagan, ali samo ga je točno riješilo 55,1 % učenika. Nije ga ni pokušalo riješiti 8,6 % učenika, a 26 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 9,8 % učenika, ali su pogriješili u računskim operacijama ili su pogrešno proveli postupak ili postupak nisu proveli do kraja ili je rješenje zadatka prevedeno u zapis koji se nije tražio.

KOMENTAR I PREPORUKE

S obzirom da se u zadatku tražilo da učenici podijele dva razlomka, poražavajuće je da 44,9 % učenika osmih razreda nije točno riješilo zadatak. Preporučuje se svladavanje temeljnih koncepata u Matematici na proceduralnoj razini.

45. ZADATAK // B20302P08X_51A

Kvadriraj.

$$(x + 5)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	zbrajati, oduzimati, množiti i uspoređivati jednostavne algebarske izraze primjenjujući pravila komutativnosti, asocijativnosti i distributivnosti te formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	kvadrirati zbroj dvaju brojeva
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$x^2 + 10x + 25$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20302P08X_51A

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	46	1,2	7,3	7,3
	1	1	0	0,2	7,5
	11	167	4,4	26,7	34,2
	12	33	0,9	5,3	39,5
	2	41	1,1	6,5	46,0
	3	4	0,1	0,6	46,6
	4	12	0,3	1,9	48,6
	7	47	1,3	7,5	56,1
	9	275	7,3	43,9	100,0
	Ukupno	626	16,7	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio vrlo lagan, ali točno ga je riješilo samo 32 % učenika. Nije ga ni pokušalo riješiti 7,3 % učenika, a zabrinjavajuće je da ga je 43,9 % učenika riješilo izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 9,2 % učenika, ali su pogriješili u računskim operacijama ili su pogrešno proveli postupak ili ga nisu proveli do kraja ili je rješenje zadatka prevedeno u zapis koji se nije tražio. Matematički nekorektnom metodom koristilo se 7,5 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

S obzirom da se zadatkom provjerava temeljni koncept i proceduralno znanje i da je navedeni matematički sadržaj prema Nastavnome planu i programu za Matematiku gradivo osmoga razreda, zabrinjavajuće je da ga je točno riješilo samo 32 % učenika. Preporučuje se pri uvježbavanju proceduralnoga znanja na nastavi Matematike, kao što je u zadanome primjeru kvadrat binoma, zadavati zadatke u kojima će učenici primjenjivati stečena matematička znanja i povezivati matematičke sadržaje prema horizontalnoj i vertikalnoj komponenti.

46. ZADATAK // B20302P05X_48B

Pomnoži i zapiši rezultat u najjednostavnijemu obliku.

$$(x - 3)(2x - 5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Algebra
SADRŽAJNA CJELINA NI	Algebarski izrazi
ISHOD UČENJA NI	zbrajati, oduzimati, množiti i uspoređivati jednostavne algebarske izraze primjenjujući pravila komutativnosti, asocijativnosti i distributivnosti te formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	ovladati postupkom izračunavanja izraza sa zagrada
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$2x^2 - 11x + 15$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B20302P05X_48B

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	130	3,5	20,8	20,8
	11	89	2,4	14,2	35,0
	12	1	0	0,2	35,1
	2	79	2,1	12,6	47,8
	3	8	0,2	1,3	49,0
	4	4	0,1	0,6	49,7
	7	12	0,3	1,9	51,6
	9	303	8,1	48,4	100,0
	Ukupno	626	16,7	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio lagan, ali s obzirom da ga je točno riješilo samo 14,4 % učenika, znači da je učenicima bio vrlo težak. Nije ga ni pokušalo riješiti 20,8 % učenika, a zabrinjavajuće je da ga je 48,4 % učenika riješilo izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 12,6 % učenika, ali su pogrešno proveli postupak.

KOMENTAR I PREPORUKE

Ishodom učenja zbrajati, oduzimati, množiti i uspoređivati jednostavne algebarske izraze primjenjujući pravila komutativnosti, asocijativnosti i distributivnosti te formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata provjerava se usvojenost temeljnih matematičkih koncepata i primjena stečenih proceduralnih znanja. Prema dobivenim rezultatima vidljivo je da učenici osmih razreda nisu usvojili temeljne procedure. Učenicima se preporučuje svladavanje temeljnih koncepata u Matematici na proceduralnoj razini.

47. ZADATAK // B30101_0_01_0

Zadano je pravilo koje svakomu realnom broju x pridružuje njegov kvadrat umanjen za 1. Zaokruži slovo ispred tablice pridruženih vrijednosti koja odgovara tomu pravilu.

A.	x	4	2	-1	-3
	broj pridružen broju x	15	3	0	-10
B.	x	4	2	-1	-3
	broj pridružen broju x	9	1	4	16
C.	x	4	2	-1	-3
	broj pridružen broju x	9	1	-4	-16
D.	x	4	2	-1	-3
	broj pridružen broju x	15	3	0	8

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Funkcije
SADRŽAJNA CJELINA NI	Ovisnost dviju veličina
ISHOD UČENJA NI	prepoznati različite zapise iste ovisnosti dviju veličina (zapis riječima, tablicom pridruženih vrijednosti ili pravilima pridruživanja ili grafički zapis)

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	usvojiti način zapisivanja funkcije
TIP ZADATKA	zatvoreni (višestruki izbor)
TOČAN ODGOVOR	D
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // B30101_0_01_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	182	4,8	4,8	4,8
	12	2188	58,3	58,3	63,1
	7	1314	35,0	35,0	98,1
	9	71	1,9	1,9	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio srednje težak, što rezultati i pokazuju. Zadatak je točno riješilo 58,3 % učenika. S obzirom da je zadatak bio višestrukoga izbora, nije moguće isključiti metodu pogađanja točnoga odgovora.

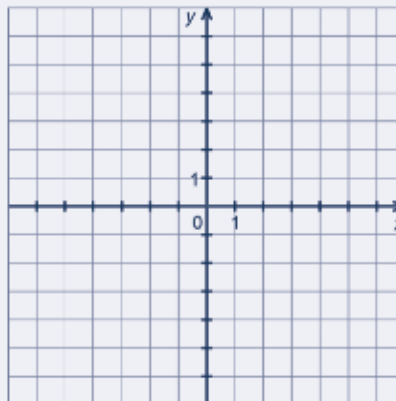
KOMENTAR I PREPORUKE

Ishod učenja *prepoznati različite zapise iste ovisnosti dviju veličina (zapis riječima, tablicom pridruženih vrijednosti ili pravilima pridruživanja ili grafički zapis)* u Nastavnome planu i programu za Matematiku zadan je kao odgojno-obrazovno postignuće *usvojiti način zapisivanja funkcije*. Preporučuje se na nastavi Matematike, uz postojeće zadatke u zbirkama zadataka, učenicima zadavati problemske zadatke u kojima se provjeravaju ne samo proceduralno znanje, već i konceptualno znanje i primjena.

49. ZADATAK // B30202_0_06_0

U zadanome pravokutnom koordinatnom sustavu nacrtaj graf linearne funkcije h zadane na skupu realnih brojeva tablicom pridruženih vrijednosti.

x	-15	-5	5	15
$h(x)$	-10	-6	-2	2



SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Funkcije
SADRŽAJNA CJELINA NI	Linearna funkcija
ISHOD UČENJA NI	prijeći iz jednoga zapisa linearne funkcije u drugi

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	crtati graf linearne funkcije
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	razumijevanje

ANALIZA // B30202_0_06_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	894	23,8	48,1	48,1
	11	162	4,3	8,7	56,8
	12	15	0,4	0,8	57,6
	2	39	1,0	2,1	59,7
	3	174	4,6	9,4	69,1
	4	2	0,1	0,1	69,2
	7	49	1,3	2,6	71,9
	8	2	0,1	0,1	72,0
	9	521	13,9	28,0	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio lagan, a s obzirom da ga je točno riješilo samo 9,5 % učenika, znači da je bio vrlo težak. Nije ga ni pokušalo riješiti 48,1 % učenika, a 28 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 9,4 % učenika, ali nisu proveli postupak do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

Ishod učenja *prijeći iz jednoga zapisa linearne funkcije u drugi* ili odgojno-obrazovno postignuće *crtati graf linearne funkcije* prema Nastavnome planu i programu za Matematiku temeljna su proceduralna znanja. Ovim se zadatkom htjelo provjeriti razumijevanje pojma zadane funkcije te procedura crtanja zadane funkcije, no rezultati pokazuju nerazumijevanje koncepta linearne funkcije. Preporučuje se u nastavi Matematike veću pozornost obratiti na razumijevanje koncepta kako bi učenici bili u stanju na kvalitetan način primijeniti stečena znanja. Potrebno je birati konceptualne zadatke u kojima će učenici moći primijeniti stečena znanja i procedure kao i usvojeni koncept.

50. ZADATAK // B30203_0_01_0

Funkcija f zadana je na skupu realnih brojeva pravilom pridruživanja $f(x) = 0.7x - 1.6$.
Odredi $f(x)$ ako je $x = 10$.

Odgovor: _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Funkcije
SADRŽAJNA CJELINA NI	Linearna funkcija
ISHOD UČENJA NI	odrediti vrijednost linearne funkcije u zadanoj točki

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	izračunavati vrijednosti funkcije
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	5.4 ili $5\frac{2}{5}$ ili $\frac{27}{5}$ ili $f(10) = 5.4$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	razumijevanje

ANALIZA // B30203_0_01_0

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	595	15,8	32,0
	1	93	2,5	37,0
	11	300	8,0	53,2
	12	4	0,1	53,4
	2	131	3,5	60,4
	3	22	0,6	61,6
	4	394	10,5	82,8
	5	3	0,1	83,0
	6	7	0,2	83,4
	7	9	0,2	83,9
	9	300	8,0	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0

Zadatak je prema procjeni bio lagan, a s obzirom da ga je točno riješilo samo 16,3 % učenika, znači da je učenicima bio vrlo težak. Nije ga ni pokušalo riješiti 32 % učenika, a 16,1 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 21,2 % učenika i točno su riješili zadatak, ali je rješenje pogrešno prevedeno u zapisu koji se tražio ili je krajnji zapis rješenja pogrešno napisan.

KOMENTAR I PREPORUKE

U ovome je zadatku ishod učenja *odrediti vrijednost linearne funkcije u zadanoj točki*. Za rješavanje zadatka potrebni su procedura i korektnost u matematičkome jeziku (u ovome primjeru zadatka to je zapis rješenja). Značajan je postotak učenika (21,2 %) koji su točno riješili zadatak, ali su pogriješili u konačnome zapisu rješenja. Naime, u zadatku se tražila vrijednost zadane funkcije i rješenje je trebalo zapisati kao $f(10) = 5,4$, a učenici su ga prikazali kao $f(x) = 5,4$. Preporučuje se na nastavi Matematike inzistirati na preciznosti u matematičkome jeziku, govoru i pismu kako bi učenici konkretizirali matematičke zapise. Potrebno je u izboru numeričkih primjera pri provjeri ovoga ishoda učenja zadavati primjere iz svakodnevnoga života te korelirati s prirodoslovnim predmetima.

51. ZADATAK // B30102_0_05_0

Slika prikazuje graf funkcije f .



Dopuni zadanu tablicu pridruženih vrijednosti za ovu funkciju očitavanjem njezina grafa. Tražene su vrijednosti cijeli brojevi.

x	-3	-1	0
$f(x)$			

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Funkcije
SADRŽAJNA CJELINA NI	Ovisnost dviju veličina
ISHOD UČENJA NI	prijeći iz jednoga prikaza ovisnosti dviju veličina u drugi

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	iz nacrtanoga grafa iščitavati vrijednosti funkcije								
TIP ZADATKA	otvoreni								
TOČAN ODGOVOR	<table><tr><td>x</td><td>-3</td><td>-1</td><td>0</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>0</td><td>6</td><td>4</td></tr></table>	x	-3	-1	0	f(x)	0	6	4
x	-3	-1	0						
f(x)	0	6	4						
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	težak								
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena								

ANALIZA // B30102_0_05_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	446	11,9	23,5	23,5
	11	29	0,8	1,5	25,0
	12	152	4,0	8,0	33,1
	3	6	0,2	0,3	33,4
	4	2	0,1	0,1	33,5
	7	464	12,4	24,5	57,9
	9	798	21,3	42,1	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio težak, a s obzirom da ga je točno riješilo samo 9,5 % učenika, znači da je učenicima bio vrlo težak. Nije ga ni pokušalo riješiti 23,5 % učenika, a 42,1 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Značajno je i da se 24,5 % učenika koristilo matematički nekorektnom metodom ili su pogrešno napisali rješenje zadatka.

KOMENTAR I PREPORUKE

U ovome je zadatku ishod učenja *prijeći iz jednoga prikaza ovisnosti dviju veličina u drugi*, a odgojno-obrazovno postignuće je prema Nastavnome planu i programu za osnovnu školu (MZO, 2006.) *iz nacrtanoga grafa iščitavati vrijednosti funkcije*. U zadanome je zadatku potrebno primijeniti osnovna matematička znanja o funkcijama i razumjeti koncept očitavanja vrijednosti funkcije s grafičkoga prikaza. Činjenica da je samo 9,5 % učenika točno riješilo zadatak ukazuje na to da se na nastavi Matematike takav tip zadatka ne rješava. Preporučuje se na nastavi Matematike, kada je god moguće, zadavati grafove funkcija i od učenika tražiti njihovo konceptualno razumijevanje. Potrebno je zadavati grafičke prikaze funkcija koje prikazuju ovisnosti veličina iz životnih situacija kao i korelirati s prirodoslovnim predmetima.

52. ZADATAK // B30204_0_01_0

Funkcija f zadana je na skupu realnih brojeva pravilom pridruživanja $f(x) = 7x - 5$. Za koji realan broj x funkcija f poprima vrijednost 9?

Odgovor: $x =$ _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Funkcije
SADRŽAJNA CJELINA NI	Linearna funkcija
ISHOD UČENJA NI	odrediti točku u kojoj linearna funkcija poprima zadanu vrijednost

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	nema obrazovnoga postignuća prema NPP-u HNOS-a
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$x = 2$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // B30204_0_01_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	747	19,9	39,4	39,4
	1	8	0,2	0,4	39,8
	11	428	11,4	22,6	62,4
	12	116	3,1	6,1	68,5
	2	100	2,7	5,3	73,7
	3	3	0,1	0,2	73,9
	4	3	0,1	0,2	74,1
	5	41	1,1	2,2	76,2
	7	6	0,2	0,3	76,5
	9	445	11,9	23,5	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je prema procjeni bio lagan, ali s obzirom da ga je točno riješilo samo 28,7 % učenika, znači da je učenicima bio težak. Nije ga ni pokušalo riješiti 39,4 % učenika, a 23,5 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Značajno je i da se 5,3 % učenika koristilo matematički korektnom metodom, ali nisu proveli postupak do kraja.

KOMENTAR I PREPORUKE

U ovome je zadatku ishod učenja *odrediti točku u kojoj linearna funkcija poprima zadanu vrijednost*, dok prema Nastavnome planu i programu za osnovnu školu (MZO, 2006) odgojno-obrazovno postignuće ne postoji. Zanimljivo je da je ovaj zadatak koji traži konceptualno razumijevanje riješilo 28,7 % učenika (od njih 1897) za razliku od zadatka B30203_0_01_0 u kojemu se tražila vrijednost zadane funkcije u danoj točki koji je riješilo 16,3 % učenika (od njih 1858) što je čisto proceduralno znanje. Preporučuje se u izboru numeričkih primjera pri provjeri ovoga ishoda učenja zadavati primjere iz svakodnevnoga života i primjere koji koreliraju s drugim prirodoslovnim predmetima.

SKUPNA ANALIZA ZADATAKA SADRŽAJNOGA PODRUČJA *BROJEVI, ALGEBRA I FUNKCIJE*

Skupna analiza zadataka sadržajnoga područja *Brojevi, algebra i funkcije* obuhvaća zadatke otvorenoga tipa u kojima je učestalost pojedine pogreške veća od 4 %, pri čemu se radi preglednosti ne uzima u obzir pogreška *ostali netočni odgovori* (kod 7).

Tablica 4.1.1. Skupna analiza zadataka sadržajnoga područja *Brojevi, algebra i funkcije*

ZADATCI U KOJIMA JE UČESTALOST POJEDINE POGREŠKE VEĆA OD 4 %				
KOD	OPIS KODA	UČESTALOST (%)	TEŽINA ZADATKA	ŠIFRA ZADATKA
0	Učenici nisu ni pokušali riješiti zadatak.	49	Vrlo težak	B10104P060_26
		10,2	Težak	B10204P060_21
		47,5	Vrlo težak	10207P030_31
		14	Težak	B20102P020_8
		18	Srednje težak	B20303P010_60
		26,5	Vrlo težak	B10205P040_26
		8,6	Lagan	B10205P03X_25C
		22,8	Težak	B10210P020_53
		9,4	Srednje težak	B10401P010_1
		26,6	Vrlo težak	B20103P060_16
		15,5	Srednje težak	B20302P13X_56A
		38	Vrlo težak	B20302P14X_57D
		20,8	Srednje težak	B20402P01X_64C
		32,3	Vrlo težak	B20404P03X1_70
		32,9	Vrlo težak	B20302P14X_57A
		37,4	Vrlo težak	B20302P14X_57C
		10,3	Vrlo težak	B20302P08X_51B
		22,6	Vrlo težak	B20302P14X_57B
		17,7	Težak	B20302P13X_56C
		6,6	Lagan	B20402P02X_65B
		6	Lagan	B10103P120_15
		56,2	Vrlo težak	B10107P020_40
		6,7	Težak	B10202P02X_7B
		14,3	Srednje težak	B10403P030_7
		35,6	Težak	B20101P01X_1C
		32,3	Težak	B20103P040_14
		10,7	Vrlo težak	B20302P08X_51C
		46,2	Vrlo težak	B20406P010_76
		13,7	Težak	B10205P03X_25D
		39,5	Težak	B20101P01X_1A
		14,8	Težak	B20302P08X_51D
		10,9	Težak	B10205P03X_25B
		8,6	Srednje težak	B10207P07X_35B
		7,3	Težak	B20302P08X_51A
		20,8	Vrlo težak	B20302P05X_48B
		48,1	Vrlo težak	B30202_0_06_0
		32	Vrlo težak	B30203_0_01_0
		23,5	Vrlo težak	B30102_0_05_0
		39,4	Težak	B30204_0_01_0

ZADATCI U KOJIMA JE UČESTALOST POJEDINE POGREŠKE VEĆA OD 4 %				
KOD	OPIS KODA	UČESTALOST (%)	TEŽINA ZADATKA	ŠIFRA ZADATKA
1	Odabrana je matematički korektna metoda, ali je učinjena greška u računskim operacijama.	4,7	Vrlo lagan	B10103P080_11
		4,3	Vrlo težak	B10205P040_26
		6,4	Težak	B10210P020_53
		4,2	Srednje težak	B10401P010_1
		8,4	Vrlo lagan	B10302P01X_6A
		10,4	Lagan	B20402P02X_65B
		13,3	Lagan	B10103P120_15
		11,7	Lagan	B10302P01X_6D
		16,1	Lagan	B10302P04X_9D
		5,1	Srednje težak	B10207P07X_35B
2	Odabrana je matematički korektna metoda, ali je postupak pogrešno proveden.	5	Vrlo težak	B30203_0_01_0
		8,4	Vrlo težak	B20103P060_16
		10,1	Vrlo težak	B20302P14X_57D
		21,6	Srednje težak	B20402P01X_64C
		12,4	Vrlo težak	B20404P03X1_70
		9,3	Vrlo težak	B20302P08X_51B
		8,5	Srednje težak	B10403P030_7
		4	Težak	B20103P040_14
		19,3	Vrlo težak	B20302P08X_51C
		5,9	Vrlo težak	B20406P010_76
		4,6	Lagan	B10302P04X_9D
		12,3	Težak	B20302P08X_51D
		6,5	Težak	B20302P08X_51A
		12,6	Vrlo težak	B20302P05X_48B
		7,1	Vrlo težak	B30203_0_01_0
3	Korištena je matematički korektna metoda, ali postupak nije proveden do kraja.	5,3	Težak	B30204_0_01_0
		13,9	Vrlo težak	10207P030_31
		21,4	Vrlo težak	B20103P060_16
		5,7	Srednje težak	B20402P01X_64C
4	Korištena je matematički korektna metoda i dobiven je točan odgovor, ali je pogrešno preveden u zapis koji se traži ili je krajnji zapis rješenja pogrešno napisan.	9,2	Srednje težak	B10403P030_7
		9,4	Vrlo težak	B30202_0_06_0
		25,6	Srednje težak	B10401P010_1
		21,2	Vrlo težak	B30203_0_01_0

ZADATCI U KOJIMA JE UČESTALOST POJEDINE POGREŠKE VEĆA OD 4 %				
KOD	OPIS KODA	UČESTALOST (%)	TEŽINA ZADATKA	ŠIFRA ZADATKA
9	Prazno, s vidljivim tragovima brisanja ili potpuno neartikuliranim pokušajem rješavanja	42,9	Vrlo težak	B10104P060_26
		41,5	Težak	B10204P060_21
		29,6	Vrlo težak	10207P030_31
		47,9	Težak	B20102P020_8
		17,3	Srednje težak	B20303P010_60
		7,4	Vrlo lagan	B10103P080_11
		44,5	Vrlo težak	B10205P040_26
		9,7	Lagan	B10205P03X_25C
		20,7	Težak	B10210P020_53
		13,5	Srednje težak	B10401P010_1
		20,7	Vrlo težak	B20103P060_16
		30,3	Srednje težak	B20302P13X_56A
		44,5	Vrlo težak	B20302P14X_57D
		13,9	Srednje težak	B20402P01X_64C
		31,6	Vrlo težak	B20404P03X1_70
		26,6	Lagan	B10207P05X_33B
		41,7	Vrlo težak	B20302P14X_57A
		42,8	Vrlo težak	B20302P14X_57C
		45,6	Vrlo težak	B20302P08X_51B
		4,6	Vrlo lagan	B10302P01X_6A
		49,5	Vrlo težak	B20302P14X_57B
		34,5	Težak	B20302P13X_56C
		7,3	Lagan	B20402P02X_65B
		13,7	Lagan	B10103P120_15
		32,2	Vrlo težak	B10107P020_40
		46,3	Težak	B10202P02X_7B
		6,8	Lagan	B10302P01X_6D
		20,8	Srednje težak	B10403P030_7
		29,7	Težak	B20101P01X_1C
		31,3	Težak	B20103P040_14
		49,5	Vrlo težak	B20302P08X_51C
		38,6	Vrlo težak	B20406P010_76
		24,8	Težak	B10205P03X_25D
		11,8	Lagan	B10302P04X_9D
		24	Težak	B20101P01X_1A
		42,5	Težak	B20302P08X_51D
		44,9	Težak	B10205P03X_25B
		26	Srednje težak	B10207P07X_35B
		43,9	Težak	B20302P08X_51A
		48,4	Vrlo težak	B20302P05X_48B
		28	Vrlo težak	B30202_0_06_0
		16,1	Vrlo težak	B30203_0_01_0
		42,1	Vrlo težak	B30102_0_05_0
		23,5	Težak	B30204_0_01_0

Skupna analiza zadataka pokazuje da veliki postotak učenika nije ni pokušao riješiti ispit (kod 0). S obzirom da se to odnosi na sve zadatke, a postotak se kreće od 6 % na više, može se pretpostaviti da 6 % učenika nije bilo dovoljno motivirano za sudjelovanje u istraživanju *Sadržajna analiza nacionalnih ispita iz Matematike s primjerima zadataka*.

Najviše učenika (56,2 %) nije ni pokušalo riješiti zadatak B10107P020_40:

*Odredi **najveći** prirodni broj n tako da vrijednost izraza $\sqrt{315 \cdot n}$ **ne bude** veća od 105.*

Na takav tip zadatka učenici nisu nailazili tijekom školovanja u redovnoj nastavi pa je procijenjeno da će zadatak učenicima biti vrlo težak.

S druge strane, učenicima je također bio vrlo težak zadatak B30202_0_06_0 u kojemu je trebalo nacrtati graf funkcije, pri čemu su tablicom zadana **četiri** uređena para od kojih se dva mogu nacrtati u zadani koordinatni sustav, a dva su izvan područja koordinatnog sustava. Procijenjeno je da će taj zadatak učenicima biti lagan, a 48 % učenika ga nije ni pokušalo riješiti. Učenici nisu shvatili da su dovoljne koordinate dviju točaka za crtanje grafa pa su neki rješavali tako da su proširivali koordinatni sustav.

Također, puno učenika (47,5 %) nije ni pokušalo riješiti zadatak 10207P030_31 s apsolutnim vrijednostima. Takvi se zadatci rade u **šestome** razredu pa se pretpostavlja da su to učenici zaboravili. Slično je i sa zadatkom B20406P010_76 u kojemu se traži primjena linearne jednadžbe, što se također obrađuje u **šestome** razredu. Stoga je potrebno više puta tijekom školovanja prolaziti kroz slične tipove zadataka.

Analiza pokazuje i veliki postotak učenika koji su pokušali rješavati zadatke, ali ti su pokušaji izbrisani ili su potpuno izvan matematičkoga konteksta (kod 9). Tih je pokušaja bilo u svim tipovima zadataka. Najveći je postotak učenika (49,5 %) koji nisu riješili zadatak B20302P14X_57B u kojemu je trebalo zadanu razliku kvadrata rastaviti na faktore te zadatak B20302P08X_51C u kojemu je trebalo primijeniti formulu za kvadrat zbroja ili kvadrat razlike. Iako se algebarski izrazi obrađuju u osmome razredu, učenici ih nisu dovoljno usvojili.

Najčešći je razlog lošije riješenosti zadataka u okvirima matematičkoga konteksta pogrešno proveden postupak (kod 2), što je karakteristično u vrlo teškim i teškim zadatcima, ali moguće i u laganim zadatcima. To je najizraženije u zadatku B20402P01X_64C u kojemu je trebalo riješiti linearnu jednadžbu, a 21,6 % učenika provelo je pogrešan postupak (uglavnom je to nepoznavanje procedure rješavanja linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom).

Sljedeći razlog lošije riješenosti su pogrešno provedene računske operacije iako je postupak ispravno odabran (kod 1). To ne ovisi o težini zadatka jer se pojavljuje i u vrlo laganim i vrlo teškim zadatcima, ali je uočljivo da se najviše pojavljuje u laganijim zadatcima kao što je zadatak B10302P04X_9D: $6 - 24 : 3 - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$. U tome je zadatku 16,1 % učenika pogrešno provodilo računske operacije.

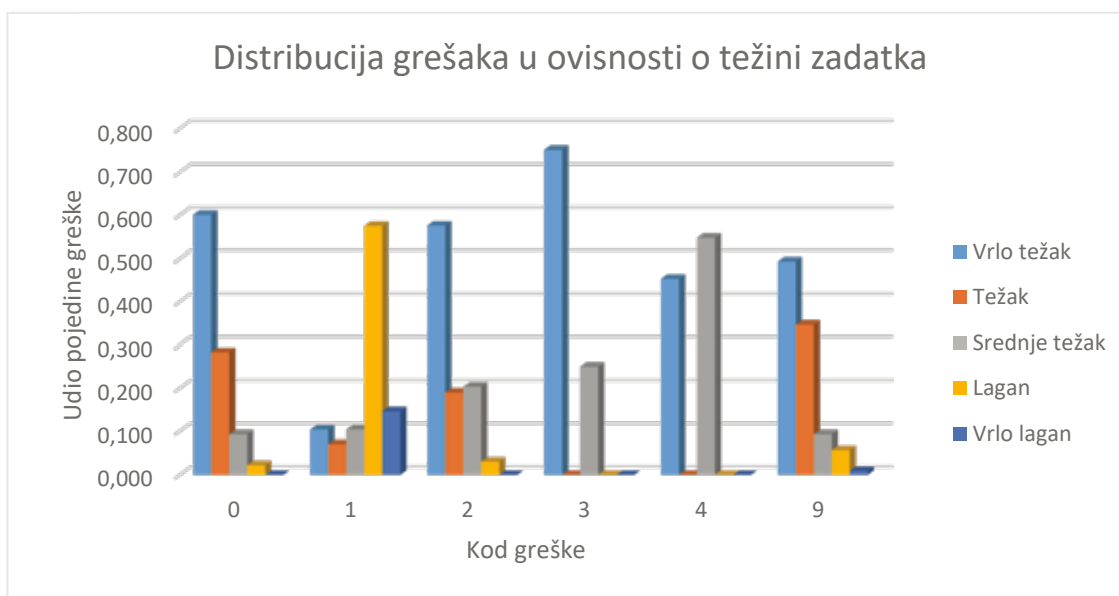
Razlog loše riješenosti težih zadataka često je započeti postupak koji nije završen (kod 3). To je bilo najizraženije u zadatku B20103P060_16 u kojemu se tražilo da učenici izraze omjer osjenčanoga i neosjenčanoga dijela površine velikoga trokuta u obliku omjera dva ju relativno prostih prirodnih brojeva. Učenici koji nisu završili postupak (21,4 %) nisu pisali omjer osjenčanih i neosjenčanih dijelova ili nisu skratili dobiveni omjer.

Pri određivanju vrijednosti linearne funkcije u zadanoj točki i pri zapisivanju periodičkoga decimalnog broja učenici najčešće griješe u tome što točan odgovor pogrešno prevedu u zapis koji se traži ili pogrešno zapišu krajnje rješenje (kod 4). To se pojavljuje pri zapisivanju racionalnih brojeva u obliku periodičkoga decimalnog broja. Primjer je

zadatak B10401P010_1 koji je pogrešno zapisalo 25,6 % učenika. Također, pogrešan zapis se pojavljuje i pri određivanju vrijednosti linearne funkcije u zadanoj točki u zadatku B30203_0_01_0 u kojemu je rješenje trebalo zapisati kao $f(10) = 5.4$, a učenici su ga prikazali kao $f(x) = 5.4$.

Kod 5 (korištena je matematički nekorektna metoda, ali je dobiveno točno rješenje) i kod 6 (dobro je postavljen i riješen zadatak, ali su korišteni pogrešni podatci) pojavljuju se uglavnom do 1 %, a kod 8 (zadatak je točno skiciran, ali je korištena pogrešna matematička metoda) zanemariv je sadržajnom području *Brojevi, algebra i funkcije*.

Grafički prikaz distribucije grešaka u ovisnosti o težini zadatka očekivano pokazuje da je najveća učestalost pojedinih grešaka u vrlo teškim zadacima. Međutim, kod 1 (korištena je matematički korektna metoda, ali je učinjena greška u računskim operacijama) najučestaliji je u laganim i vrlo laganim zadacima. Moguće objašnjenje toga jest da lagane zadatke rješava više učenika pa tako i više onih koji griješe u računskim operacijama. Druga je mogućnost da su u laganijim zadacima učenici manje koncentrirani.



Slika 4.1.1. Distribucija grešaka u ovisnosti o težini zadatka

U zadacima o djeljivosti brojeva vidljivo je da su učenici usvojili osnovna pravila o djeljivosti. Međutim, uočeno je i da u složenijim zadacima izostaje sposobnost učenika da primijene ta pravila u problemskoj situaciji. Jedan je od razloga nedovoljna zastupljenost takvih tipova zadataka pri uvježbavanju gradiva. Potrebno je istaknuti da se s takvim zadacima susreće manji broj učenika uključenih u dodatnu ili izbornu nastavu Matematike.

Lošije rezultate učenika u zadacima u kojima se pojavljuje apsolutna vrijednost broja, koja se obrađuje u šestome razredu, možemo pripisati izostanku takvih tipova zadataka tijekom sedmoga i osmoga razreda.

Računske operacije u skupu cijelih brojeva učenici su uglavnom savladali. Međutim, još uvijek ima učenika koji proceduru zbrajanja i oduzimanja netočno kombiniraju s pravilima za množenje i dijeljenje.

Uočeno je da učenici nisu u potpunosti savladali zbrajanje i oduzimanje racionalnih brojeva zapisanih u obliku razlomka. Potrebno je od učenika češće tražiti da objasne i argumentiraju postupak zbrajanja razlomaka jednakih, odnosno različitih nazivnika.

Potrebno je istaknuti i loše rezultate koje učenici postižu u zadacima u kojima se primjenjuje osnovni postotni račun. Nekim je učenicima problematično zapisivanje postotka u decimalnome obliku. Potrebno je povezivati postotni račun s primjerima iz stvarnoga života.

Postotak riješenosti zadataka iz skupa realnih brojeva je nizak. Učenici su griješili u zapisivanju periodičkih brojeva.

S rješavanjem linearnih jednadžba s jednom nepoznicom trebalo bi započeti već u petome razredu. Linearne bi se jednadžbe trebale rješavati na temelju poznavanja veze između računskih radnja zbrajanja i oduzimanja, odnosno množenja i dijeljenja, a to bi bila prilika i da se učenici prvi put upoznaju s jednostavnijim algebarskim izrazima.

Proceduru i metode rješavanja dviju linearnih jednadžba s dvjema nepoznicama učenici uče u sedmome razredu. Relativno loše rješavanje tih zadataka možemo pripisati nedovoljnom broju različitih problemskih zadataka do čijega bi se rješenja dolazilo postavljanjem i rješavanjem sustava dviju linearnih jednadžba s dvjema nepoznicama, a koji bi se mogli zadavati u okviru drugih nastavnih tema tijekom sedmoga i osmoga razreda.

Formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata učenici uče u osmome razredu. Međutim, unatoč toj činjenici učenici su bili neuspješni pri rješavanju takvih tipova zadataka. Uspješnijemu rješavanju takvih tipova zadataka pridonijelo bi povezivanje formula za kvadrat binoma i razlike kvadrata s geometrijskim dokazom tih formula. Poželjno je i zadavanje problemskih zadataka (npr. u okviru nastavne cjeline *Pitagorin poučak*) u kojima bi se do rješenja dolazilo primjenom tih formula.

S pojmom funkcije učenici se prvi put susreću u sedmome razredu u okviru nastavne cjeline *Linearna funkcija*. Zapis $f(x)$ kojim se označava vrijednost funkcije za nezavisnu varijablu x izostaje u udžbenicima pa se učenici nisu snalazili u zadacima u kojima je trebalo izračunati vrijednost funkcije za zadani argument. Neki učenici, koji su uspješno riješili zadatak, nisu točno zapisali rješenje, npr. vrijednost funkcije 25 za argument 10 su umjesto $f(10) = 25$ zapisali kao $f(x) = 25$. Pojam funkcije i nomenklaturu vezanu uz nju potrebno je obrađivati prije obrade nastavne cjeline *Linearna funkcija* kako bi učenici bolje usvojili zapis vrijednosti funkcije za određeni argument pa bi samim tim bili uspješniji pri rješavanju ovakvih zadataka.

Učenici su bili nešto uspješniji u rješavanju zadataka u kojima je bila zadana vrijednost funkcije, a tražio se argument. Vrijednost funkcije učenici su na nastavi uobičajeno označavali s y pa ne čudi bolja uspješnost u rješavanju. Naime, učenici su ovaj tip zadatka povezivali s rješavanjem linearne jednadžbe s jednom nepoznicom.

4.2. GEOMETRIJA I MJERENJE

Od ranoga djetinjstva učenici postaju svjesni prostora koji ih okružuje, prepoznaju različite oblike, uočavaju njihova osnovna svojstva i promatraju široku paletu jednostavnih i složenih geometrijskih likova i oblika u svakodnevnome okruženju. Najmlađi uzrasti upoznaju se s geometrijom prepoznavanjem kruga, kvadrata i trokuta, dok se stariji uzrasti zanimaju za mjerenje i položaj geometrijskih likova i tijela. Opisivanje i klasificiranje geometrijskih pojmova ne provodi se samo kroz trivijalne zadatke. Elementarni zadatci postupno prelaze na zahtjevnije zadatke i zadatke primjene geometrije u svakodnevnome životu.

Geometrijskim problemskim zadatcima može se pristupiti eksperimentalno ili praktično, a zadatci se mogu rješavati mjerenjem i izračunavanjem.

Nameće se pitanje treba li geometrija biti implementirana u školski kurikulum i ako da, u kojoj mjeri. Argumenti koji idu u prilog tomu da geometrija treba biti zastupljena u nastavi Matematike su blisko povezani s razlozima zašto Matematika uopće treba biti podučavana.

Geometrija je u hrvatskome obrazovnom sustavu implementirana u nastavu Matematike od samoga početka osnovne škole, prvo kao prepoznavanje geometrijskih likova i računanje opsega i površina te kroz jednostavne konstrukcije čija je svrha razvoj fine motorike. U Nastavnome planu i programu za Matematiku može se uočiti da u ishodima učenja (obrazovnim postignućima) postoji malo poveznica između geometrijskoga znanja i primjene u svakodnevnome okruženju.

Za uspješno učenje geometrije potrebno je imati činjenično znanje, ali i sposobnost uočavanja posebnih svojstava koja dovode do rješenja problema.

Područje Geometrije u Nacionalnome kurikulumu nastavnoga predmeta Matematike (MZO, 2016. prijedlog) obuhvaća: *Oblik i prostor* i *Mjerenje*.

Sadržaj geometrije petoga razreda obuhvaća osnovne geometrijske elemente: točku, pravac, ravninu, krug i kut te učenici uče pravilno korištenje geometrijskoga pribora i mjernih instrumenata. Učenicima se osim teorijskoga znanja daju primjeri zadataka povezanih sa svakodnevnim životom koji na najbolji način ukazuju na primjenu geometrije u svakodnevnicima.

U šestome razredu pri obradi geometrijskoga sadržaja učenici konstruiraju i analiziraju geometrijske likove s naglaskom na trokut, kvadrat, pravokutnik i romb te računaju i primjenjuju opseg i površinu trokuta i četverokuta, ali i mjeru kuta.

Pojam opsega i površine trokuta i četverokuta učiteljima daje prostora za implementiranje zanimljivih zadataka uz pomoć kojih učenici razvijaju smisao za veličine u prirodi i promatraju opsege i površine u svakodnevnome okruženju.

U sedmome se razredu učenici počinju baviti složenijim pojmovima u domeni *Algebra* i *brojevi*, što ne ostavlja dovoljno prostora geometrijskim sadržajima. Učenici konstruiraju pravilne mnogokute i koriste se njima pri stvaranju složenijih geome-

trijskih slika, u kordinatnome sustavu u ravnini crtaju točke i preslikavaju ih osnom ili centralnom simetrijom, transliraju te računaju i primjenjuju opseg i površinu mnogokuta i kruga.

Osmi razred učenicima donosi do sada najkompleksnije geometrijske sadržaje čiji ishod više nije usvajanje temeljnih pojmova i primjena određenih formula, već potiču učenike na razvoj prostorne percepcije, korelaciju s drugim nastavnim predmetima i promatranje tijela koja ih okružuju.

PRIMJERI I ANALIZA ZADATAKA NACIONALNIH ISPITA IZ MATEMATIKE 2014. GODINE – SADRŽAJNO PODRUČJE *GEOMETRIJA I MJERENJE*

SIDRIŠNI ZADATCI 1. – 5.

1. ZADATAK SIDRIŠNI // G10104_0_06_0

OPIS ZADATKA

Zadan je kut te je potrebno konstruirati sve točke koje su jednako udaljene od krakova kuta.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Oblik i prostor
SADRŽAJNA CJELINA NI	Preslikavanje ravnine
ISHOD UČENJA NI	nacrtati kut zadane vrste te konstruirati simetralu danoga kuta

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	konstruirati simetralu kuta i primjenjivati svojstva simetrane kuta
TIP ZADATKA	otvoreni
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	razumijevanje

ANALIZA // G10104_0_06_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	1547	41,2	41,2	41,2
	11	360	9,6	9,6	50,8
	12	9	0,2	0,2	51,0
	2	83	2,2	2,2	53,2
	3	181	4,8	4,8	58,1
	4	1	0	0	58,1
	5	1	0	0	58,1
	7	164	4,4	4,4	62,5
	8	192	5,1	5,1	67,6
	9	1217	32,4	32,4	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo 9,8 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 41,2 % učenika, a 32,4 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Simetralu kuta nije konstruiralo 5,1 % učenika, već su točno skicirali rješenje zadatka. Kružni luk iz vrha kuta koji siječe krakove kuta opisalo je 3,3 % učenika, ali nisu konstruirali simetralu (iz točaka sjecišta krakova kuta s kružnim lukom konstruirati kružne lukove koji se sijeku u nekoj točki kroz koju prolazi simetrala kuta).

KOMENTAR I PREPORUKE

Ovakav tip zadatka obuhvaćen je Nastavnim planom i programom za Matematiku u šestome razredu, stoga nije očekivan ovako veliki postotak učenika koji ga nisu ni pokušali riješiti.

2. ZADATAK SIDRIŠNI // G10105_0_03_0

OPIS ZADATKA

U zadatku su zadane četiri tvrdnje o svojstvima trokuta u odnosu na veličine kutova. Zaokružite tvrdnju koja nije istinita.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Oblik i prostor
SADRŽAJNA CJELINA NI	Geometrijski oblici u ravnini
ISHOD UČENJA NI	prepoznati trokut i njegove elemente te njihove odnose i svojstva

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	razlikovati trokute prema duljini stranica i prema veličini unutarnjih kutova
TIP ZADATKA	zatvoreni (višestrukoga izbora)
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	razumijevanje

ANALIZA // G10105_0_03_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	11	0,3	0,6	0,6
	12	1318	35,1	69,5	70,1
	7	463	12,3	24,4	94,5
	9	105	2,8	5,5	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio lagan. Točno ga je riješilo 69,5 % učenika, a 24,4 % učenika zao-kružilo je neistinitu tvrdnju.

3. ZADATAK SIDRIŠNI // G20207_0_05_0

OPIS ZADATAKA

Na slici je prikazan pravokutan trokut s označenim stranicama.

Zaokružite Pitagorin poučak za prikazani trokut.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Mjerenje
SADRŽAJNA CJELINA NI	Mjerljiva obilježja geometrijskih jednostavnih likova i tijela
ISHOD UČENJA NI	primijeniti Pitagorin poučak i njegov obrat pri određivanju elemenata geometrijskih oblika u ravnini i prostoru

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	zapisati formulu Pitagorina poučka na različitim primjerima pravokutnih trokuta zadanih crtežom ili duljinama stranica
TIP ZADATAKA	zatvoreni (višestrukoga izbora)
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // G20207_0_05_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	28	0,7	0,7	0,7
	12	2187	58,2	58,2	59,0
	7	1475	39,3	39,3	98,3
	9	65	1,7	1,7	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je učenicima bio srednje težak. Točno ga je riješilo 58,2 % učenika, a 39,3 % učenika zaokružilo je pogrešan odgovor. Jedan je od razloga velikoga broja netočnih odgovora to što učenici Pitagorin poučak upamte kao matematički zapis (formulu) za pravokutan trokut čije su katete označene s a i b i hipotenuzom c , a ne usvoje ga iskazati riječima i primijeniti ga na trokutu sa stranicama označenim nekim drugim slovima ili duljinama.

KOMENTAR I PREPORUKE

Ovakav je tip zadatka obuhvaćen Nastavnim planom i programom za Matematiku u osmome razredu, stoga nije očekivan ovako veliki postotak učenika koji ga nisu točno riješili.

4. ZADATAK SIDRIŠNI // G20202_0_08_0

OPIS ZADATKA

U paralelogramu je zadana veličina jednoga unutarnjeg kuta. Potrebno je odrediti preostale veličine unutarnjih kutova toga paralelograma.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Mjerenje
SADRŽAJNA CJELINA NI	Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela
ISHOD UČENJA NI	primijeniti izraze za zbroj veličina unutarnjih kutova

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	izračunavati nepoznatu veličinu unutarnjega kuta paralelograma
TIP ZADATKA	otvoreni
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // G20202_0_08_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	944	25,1	25,1	25,1
	1	122	3,2	3,2	28,4
	11	1284	34,2	34,2	62,6
	12	138	3,7	3,7	66,3
	2	57	1,5	1,5	67,8
	3	39	1,0	1,0	68,8
	4	30	0,8	0,8	69,6
	5	3	0,1	0,1	69,7
	6	6	0,2	0,2	69,9
	7	332	8,8	8,8	78,7
	9	800	21,3	21,3	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je učenicima bio težak. Točno ga je riješilo 37,9 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 25,1 % učenika, a 21,3 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 3,2 % učenika, ali su pogriješili u računskim operacijama.

KOMENTAR I PREPORUKE

Ovakav tip zadatka obuhvaćen je Nastavnim planom i programom za Matematiku u šestome razredu i rješava se na redovnoj nastavi Matematike kao osnova razumijevanja svojstva o nasuprotnim kutovima te o zbroju veličina susjednih kutova paralelograma, stoga nije očekivan ovako veliki postotak učenika koji ga ili nisu riješili ili su ga riješili izvan matematičkoga konteksta.

5. ZADATAK SIDRIŠNI // G30206_0_02_0

OPIS ZADATAKA

U zadatku je zadana koordinatna mreža u koju je potrebno nacrtati graf linearne funkcije zadan jednađžbom.

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Koordinatni sustav na pravcu i u ravnini
SADRŽAJNA CJELINA NI	Koordinatni sustav u ravnini
ISHOD UČENJA NI	nacrtati pravac zadan jednađžbom u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	crtati graf linearne funkcije i iz nacrtanoga grafa iščitavati vrijednost funkcije
TIP ZADATAKA	otvoreni
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // G30206_0_02_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	1754	46,7	46,7	46,7
	1	6	0,2	0,2	46,9
	11	431	11,5	11,5	58,3
	12	21	0,6	0,6	58,9
	2	55	1,5	1,5	60,4
	3	70	1,9	1,9	62,2
	4	2	0,1	0,1	62,3
	6	2	0,1	0,1	62,3
	7	287	7,6	7,6	70,0
	9	1127	30,0	30,0	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo 12,1 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 46,7 % učenika, a 30 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 7,6 % učenika (crtanje grafa uz pomoć tablice), ali su pogriješili u računskim operacijama pri izračunavanju vrijednosti linearne funkcije (y) za proizvoljno odabrane argumente (x).

KOMENTAR I PREPORUKE

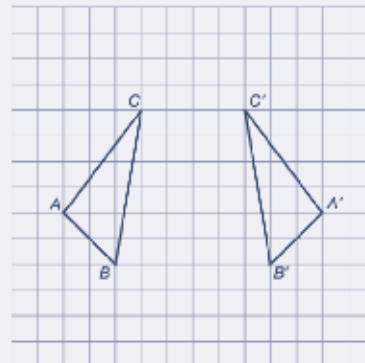
Graf linearne funkcije u nastavi Matematike sedmoga razreda obrađuje se u završnoj cjelini *Linearna funkcija* kada se učenici prvi put susreću s pojmom funkcije. Upravo zbog toga što se graf linearne funkcije obrađuje u nastavi Matematike na kraju sedmoga razreda do kada učenici moraju usvojiti mnogo novih nastavnih sadržaja, u osmome razredu, kada učenici usvojeno znanje iz linearne funkcije trebaju primijeniti u nastavi Fizike, uočava se da je jedan od glavnih razloga nerazumijevanja grafičkih prikaza u Fizici upravo nedostatak matematičkoga znanja o grafičkome prikazu. Jedan je od ciljeva novoga Nacionalnog kurikula nastavnog predmeta Matematike, prijedlog (MZO, 2016), planiranje i povezivanje područja matematike s drugim područjima kurikula te s drugim nastavnim predmetima (npr. Fizika). Preporučuje se u nastavi Matematike poticati razumijevanje linearne funkcije i njezina grafičkoga prikaza te primjena primjera u svakodnevnome životu. Također, potrebno je učenicima skrenuti pozornost na ono što graf linearne funkcije zapravo prikazuje, a to je ovisnost dviju veličina i to na način da promjena vrijednosti veličine prikazane na y osi linearno ovisi o promjeni vrijednosti veličine prikazane na x osi i imajući na umu da njihove promjene moraju biti proporcionalne.

6. ZADATAK // G10203_0_11_0

U kvadratnoj mreži na slici nacrtani su trokuti $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$.

Trokut $\triangle A'B'C'$ dobiven je osnom simetrijom trokuta $\triangle ABC$ s obzirom na pravac p .

Pozorno promotri sliku pa na njoj docrtaj os simetrije p .



SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Oblik i prostor
SADRŽAJNA CJELINA NI	Preslikavanja ravnine
ISHOD UČENJA NI	prepoznati osnu i centralnu simetriju, translaciju i rotaciju te osnosimetrične i centralnosimetrične likove

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	određivati osnosimetričnu sliku točke, dužine, pravca i trokuta te prepoznati osnosimetričan lik
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	Točnim odgovorom priznaje se samo korektno nacrtan i označen pravac p određen kao simetrala neke od dužina $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ ili $\overline{CC'}$.
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	razumijevanje

ANALIZA // G10203_0_11_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	311	8,3	16,7	16,7
	11	218	5,8	11,7	28,5
	12	949	25,3	51,1	79,5
	2	7	0,2	0,4	79,9
	3	157	4,2	8,4	88,4
	4	3	0,1	0,2	88,5
	5	3	0,1	0,2	88,7
	7	17	0,5	0,9	89,6
	8	1	0	0,1	89,7
	9	192	5,1	10,3	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

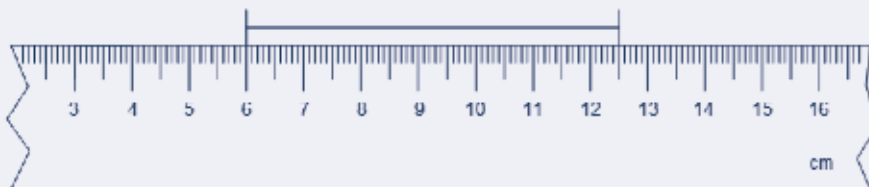
Zadatak je učenicima bio lagan. Točno ga je riješilo 62,8 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 16,7 % učenika, a 10,3 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 8,4 % učenika, ali nisu proveli postupak do kraja. Učenici su nacrtali os simetrije, ali je nisu označili kako je traženo u zadatku.

KOMENTAR I PREPORUKE

Ovakav tip zadatka obuhvaćen je Nastavnim planom i programom za Matematiku u petome i osmome razredu, stoga nije očekivan tako veliki postotak učenika koji ga nisu ni pokušali riješiti.

7. ZADATAK // G20101_0_03_0

Leonu je palo ravnalo i potrgalo se. Na slici je prikazano kako se snašao kada je na satu Matematike trebao izmjeriti duljinu nacrtane dužine. Koristeći se Leonovim ravnalom, očitaj sa slike duljinu te dužine u centimetrima.



Odgovor: _____ cm

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Mjerenje
SADRŽAJNA CJELINA NI	Osnovne mjere i mjerne jedinice
ISHOD UČENJA NI	izmjeriti duljinu uz pomoć ravnala i kut uz pomoć kutomjera

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	razviti sposobnost mjerenja duljine dužine
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	<u>6.5</u> cm
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // G20101_0_03_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	29	0,8	0,8	0,8
	1	2	0,1	0,1	0,8
	11	73	1,9	1,9	2,8
	12	2863	76,2	76,2	79,0
	2	3	0,1	0,1	79,1
	4	1	0	0	79,1
	7	658	17,5	17,5	96,6
	9	126	3,4	3,4	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

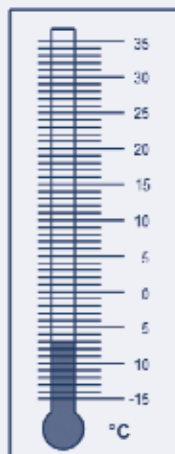
Zadatak je učenicima bio lagan. Točno ga je riješilo 78,1 % učenika. Iako je zadatak učenicima bio lagan, 0,8 % učenika ga nije ni pokušalo riješiti, a 3,4 % ga je riješilo izvan matematičkoga konteksta. Matematički nekorektnom metodom ga je netočno riješilo 17,5 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Kao točan odgovor priznaje se i 6,5 cm. Preporučuje se u nastavi Matematike ishod učenja *mjeriti duljinu* ispitivati zadacima iz svakodnevnoga života.

8. ZADATAK // G20104_0_01_0

Očitaj temperaturu koju prikazuje termometar na slici.



Odgovor: _____ °C

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Mjerenje
SADRŽAJNA CJELINA NI	Osnovne mjere i mjerne jedinice
ISHOD UČENJA NI	očitali i prikazivati vrijednosti na grafičkim prikazima standardnih uređaja za mjerenje mase, zapremine, temperature i vremena

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	razlikovati pozitivne i negativne cijele brojeve i prepoznati ih u primjerima iz svakidašnjice
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	<u>-7</u> °C
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // G20104_0_01_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	13	0,3	0,7	0,7
	12	1614	43,0	86,9	87,6
	2	1	0	0,1	87,6
	4	2	0,1	0,1	87,7
	7	161	4,3	8,7	96,4
	9	67	1,8	3,6	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo lagan. Točno ga je riješilo 86,9 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 0,7 % učenika, a 3,6 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički nekorektnom metodom zadatak je netočno riješilo 8,7 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Učenici su većinom kao odgovor navodili 8 °C koji se može dobiti prebrojavanjem crtica na skali od broja –15, ali pritom zanemarujući označene negativne brojeve i da je temperatura ispod nule. Također, ističe se netočan odgovor –13 °C do kojega su učenici došli brojanjem od –10, ali u pogrešnome smjeru.

Preporučuje se u nastavi Matematike ishod učenja *mjeriti duljinu* ispitivati zadacima iz svakodnevnoga života.

S obzirom da je mjerenje temperature ishod učenja u više nastavnih predmeta, ne može se sigurno reći da je uspješnost rješavanja zadatka isključivo rezultat nastave Matematike.

9. ZADATAK // G20105_0_06_0

Preračunaj mjerne jedinice za veličinu kuta pa dopuni odgovarajućim brojevima.

$$17.25^{\circ} = \underline{\hspace{1cm}}^{\circ} \underline{\hspace{1cm}}'$$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Mjerenje
SADRŽAJNA CJELINA NI	Osnovne mjere i mjerne jedinice
ISHOD UČENJA NI	preračunati mjerne jedinice za kut, duljinu, površinu, obujam, masu, vrijeme i novac iz većih u manje te manjih u veće

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	prema HNOS–u nema odgojno–obrazovnih postignuća
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	<u>17</u> ° <u>15</u> ‘
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // G20105_0_06_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	765	20,4	41,2	41,2
	1	2	0,1	0,1	41,3
	11	90	2,4	4,8	46,1
	12	82	2,2	4,4	50,5
	2	3	0,1	0,2	50,7
	3	2	0,1	0,1	50,8
	5	1	0	0,1	50,9
	7	53	1,4	2,9	53,7
	9	860	22,9	46,3	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo 9,2 % učenika, a 41,2 % učenika ga nije ni pokušalo riješiti. Učenici su najčešće na crtu za odgovor pisali 17 ° 25 ' ili su griješili pri postupku pretvaranja $0,25^\circ$ u kutne minute.

KOMENTAR I PREPORUKE

Ovakav tip zadatka obuhvaćen je Nastavnim planom i programom za Matematiku u šestome razredu, stoga njegova riješenost nije u skladu s očekivanjem, kao ni postotak učenika koji ga nisu ni pokušali riješiti.

Preporučuje se posvetiti pozornost ishodu učenja *preračunati mjerne jedinice za kut, duljinu, površinu, obujam, masu, vrijeme i novac iz većih u manje te manjih u veće* i u višim razredima.

10. ZADATAK // G20208_0_03_0

Jedna stranica zadanoga pravokutnika produljena je za 2 cm, a druga za 3 cm. Tako je dobiven novi pravokutnik. Za koliko je centimetara opseg novoga pravokutnika veći od opsega početnoga pravokutnika?

Odgovor: Za _____ cm

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Mjerenje
SADRŽAJNA CJELINA NI	Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela
ISHOD UČENJA NI	izračunati opseg i površinu jednostavnih geometrijskih oblika u ravnini

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	definirati i crtati paralelogram te označavati vrhove, stranice i kutove paralelograma; na osnovi uočenoga svojstva stranica paralelograma i veličina njegovih kutova definirati kvadrat, pravokutnik i romb; primjenjivati stečena znanja na zadacima iz životnih situacija; izračunavati opseg paralelograma te opseg i površinu pravokutnika i kvadrata; preračunavati mjerne jedinice za površinu
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	za <u>10</u> cm
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // G20208_0_03_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	344	9,2	18,5	18,5
	1	5	0,1	0,3	18,8
	11	199	5,3	10,7	29,5
	12	71	1,9	3,8	33,3
	2	33	0,9	1,8	35,1
	3	7	0,2	0,4	35,5
	5	322	8,6	17,3	52,8
	7	73	1,9	3,9	56,7
	9	804	21,4	43,3	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo 14,5 % učenika. Iako je zadatak bilo moguće riješiti logičkim zaključivanjem, 18,5 % učenika ga nije ni pokušalo riješiti, a 43,3 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta.

KOMENTAR I PREPORUKE

U ovome se zadatku ističe to da je 17,3 % učenika do točnoga rješenja došlo matematički nekorektnom metodom. Oni nisu znali ispravno postaviti zadatak, već su kao duljine stranica početnoga pravokutnika uzimali 2 cm i 3 cm i s tim su podacima računali opseg novoga pravokutnika.

Preporučuje se u problemskim zadacima zadavati brojeve uz pomoć kojih učenik ne može do točnoga rješenja doći matematički nekorektnom metodom. Također, preporučuje se konkretno primjenjivati ovakve zadatke.

11. ZADATAK // G30102_0_01_0

Na brojevnome pravcu na slici slovom A označi točku s koordinatom $-1\frac{1}{4}$.



SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Koordinatni sustav na pravcu i u ravni
SADRŽAJNA CJELINA NI	Koordinatni sustav na pravcu
ISHOD UČENJA NI	nacrtati točku zadanu koordinatom na brojevnome pravcu

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	na brojevni pravac smjestiti točke pridružene zadanim razlomcima s nazivnikom manjim od 10
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	ili Napomena: Odgovor je točan samo ako je na brojevnome pravcu odgovarajuća točka označena slovom A, bez obzira je li uz to napisana i njezina koordinata u bilo kojemu ekvivalentnom zapisu (npr. kao -1.25 ili $-\frac{5}{4}$ i sl.) te, eventualno, koordinate nekih drugih (pomoćnih) točaka. Slovo A mora biti napisano tako da jasno ukazuje na to koja je točka brojevnoga pravca njim označena (npr. napisano iznad ili ispod odgovarajuće točke brojevnoga pravca).
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	razumijevanje

ANALIZA // G30102_0_01_0

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	119	3,2	6,4
	11	136	3,6	13,7
	12	402	10,7	35,4
	2	158	4,2	43,9
	3	340	9,1	62,2
	4	6	0,2	62,5
	5	1	0	62,5
	6	1	0	62,6
	7	303	8,1	78,9
	8	1	0	79,0
	9	391	10,4	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0

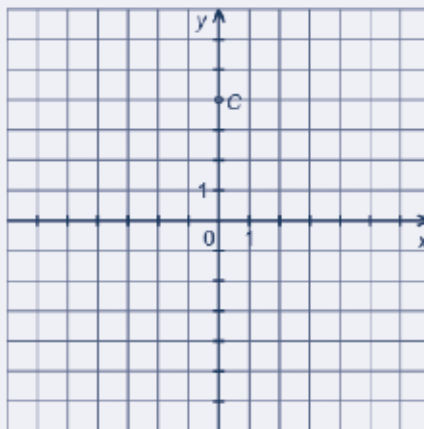
Zadatak je učenicima bio težak. Točno ga je riješilo 28,9 % učenika, a 16,3 % učenika označilo je pogrešnu točku na brojevnome pravcu. Najčešće su učenici označavali zanemarujući cijeli dio nepravoga razlomka, umjesto zadanoga razlomka označavali su i zadani su razlomak označavali na prvoj crtici lijevo od ishodišta pravca. Zadatak nije ni pokušalo riješiti 6,4 % učenika, a 3,4 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički korektnom metodom koristilo se 18,2 % učenika, ali nisu proveli postupak do kraja. Najčešće su griješili u tome što nisu označili točku slovom *A* kako se u zadatku tražilo.

KOMENTAR I PREPORUKE

Ovakav tip zadatka obuhvaćen je Nastavnim planom i programom za Matematiku u šestome razredu u nastavnoj cjelini *Racionalni brojevi* i u sedmome razredu u nastavnoj cjelini *Koordinatni sustav na pravcu*, stoga nije očekivana tako loša riješenost zadatka.

12. ZADATAK // G30203_0_03_0

Pozorno promotri sliku pa odredi koordinate točke C u zadanome pravokutnom koordinatnom sustavu.



Odgovor: _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Koordinatni sustav na pravcu i u ravni
SADRŽAJNA CJELINA NI	Koordinatni sustav na pravcu
ISHOD UČENJA NI	očitati koordinate točke u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravni

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	očitati koordinate zadane točke
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$C(0, 4)$ ili $(0, 4)$ Napomena: Točnim odgovorom smatra se samo točan zapis obiju koordinata u obliku uređenoga para (u okruglim zagradama) sa slovnim oznakom C ili bez slovne oznake C . Odgovori, npr. 4 i 0 ili $\underline{0}$ i $\underline{4}$ ili $\underline{(4, 0)}$ ili $\underline{\{4, 0\}}$ ili $\underline{\{0, 4\}}$ ili $\underline{4}$ ili $\underline{C(4)}$ i sl. su netočni.
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	razumijevanje

ANALIZA // G30203_0_03_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	182	4,8	9,8	9,8
	11	56	1,5	3,0	12,8
	12	875	23,3	47,1	59,9
	2	2	0,1	0,1	60,0
	3	5	0,1	0,3	60,3
	4	252	6,7	13,6	73,8
	7	182	4,8	9,8	83,6
	9	304	8,1	16,4	100,0
	Ukupno	1858	49,5	100,0	

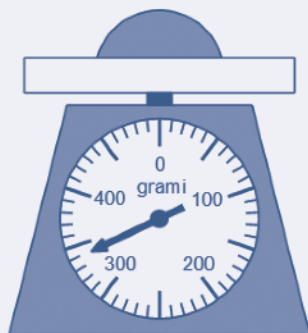
Zadatak je učenicima bio srednje težak. Točno ga je riješilo 50,1 % učenika, a 13,6 % učenika je pogrešno zapisalo krajnje rješenje, najčešće su zapisani točni brojevi, ali bez zgrade ili su koordinate zamijenjene. Zadatak nije ni pokušalo riješiti 9,8 % učenika, a 16,4 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta.

KOMENTAR I PREPORUKE

Ovakav tip zadatka obuhvaćen je Nastavnim planom i programom za Matematiku u sedmome razredu u nastavnoj cjelini *Koordinatni sustav u ravnini*, stoga je očekivana bolja riješenost zadatka.

13. ZADATAK // G20104_0_06_0

Vrh strelice na vagi pokazuje masu predmeta koji važno. Očitaj masu predmeta koji se važno na prikazanoj vagi.



Odgovor: _____ g

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Mjerenje
SADRŽAJNA CJELINA NI	Osnovne mjere i mjerne jedinice
ISHOD UČENJA NI	očitali i prikazivali vrijednosti na grafičkim prikazima standardnih uređaja za mjerenje mase, zapremine, temperature i vremena

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	nema obrazovnog postignuća prema NPP–u HNOS–a
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	<u>340</u> g
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // G20104_0_06_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	42	1,1	2,2	2,2
	11	7	0,2	0,4	2,6
	12	1527	40,7	80,5	83,1
	2	1	0	0,1	83,1
	4	2	0,1	0,1	83,2
	7	284	7,6	15,0	98,2
	9	34	0,9	1,8	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo lagan. Točno ga je riješilo 80,9 % učenika, a 15 % učenika napisalo je pogrešno rješenje, tj. pogrešno su očitali masu predmeta na vagi. Iako je zadatak učenicima bio vrlo lagan, 2,2 % učenika nije ga ni pokušalo riješiti. Najčešći netočan odgovor bio je 304 g.

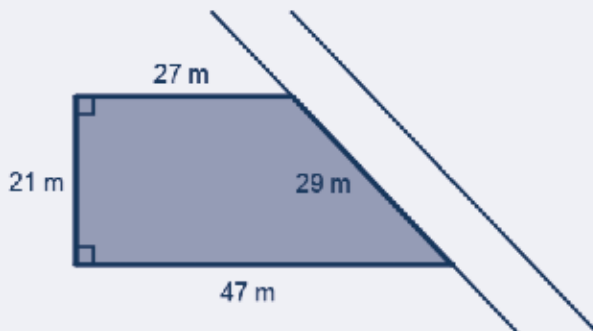
KOMENTAR I PREPORUKE

S obzirom da je mjerenje mase ishod učenja u više nastavnih predmeta (Matematika, Fizika i Kemija), ne može se sigurno reći da je uspješnost rješavanja zadatka isključivo rezultat nastave Matematike.

Preporučuje se ishod učenja *očitavati i prikazivati vrijednosti na grafičkim prikazima standardnih uređaja za mjerenje mase, zapremine, temperature i vremena* primjenjivati u nastavi Matematike rješavajući zadatke iz svakodnevnoga života.

14. ZADATAK // G20208_0_14_0

Stankovo zemljište nalazi se uz cestu. Na slici ga prikazuje osjenčana površina uz koju su zadane njegove dimenzije. Izračunaj površinu Stankova zemljišta.



Odgovor: _____ m²

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Mjerenje
SADRŽAJNA CJELINA NI	Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela
ISHOD UČENJA NI	izračunati opseg i površinu jednostavnih geometrijskih oblika u ravni

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	procjenjivati i izračunavati površinu paralelograma i trapeza u jednostavnijim zadacima iz svakidašnjice
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	<u>777</u> m ²
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	primjena

ANALIZA // G20208_0_14_0

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	568	15,1	29,9
	1	21	0,6	31,0
	11	180	4,8	40,5
	12	2	0,1	40,6
	2	139	3,7	48,0
	3	25	0,7	49,3
	6	1	0	49,3
	7	94	2,5	54,3
	9	867	23,1	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0

Zadatak je učenicima bio vrlo težak. Točno ga je riješilo 9,6 % učenika. Iako je ovakav tip zadatka obuhvaćen Nastavnim planom i programom za Matematiku u šestome razredu u nastavnoj cjelini Četverokut, nije ga ni pokušalo riješiti 29,9 % učenika, a 45,7 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Matematički nekorektnom metodom ga je netočno riješilo 5 % učenika, a 8,6 % učenika koristilo se matematički korektnom metodom za izračunavanje površine zadanoga geometrijskog lika, ali nisu proveli postupak do kraja ili su griješili u računanju. Većina učenika koja je pogrešno provela postupak ispravno je podijelila geometrijski lik na slici na pravokutnik i pravokutan trokut, ali su za duljinu okomite katete pravokutnoga trokuta pisali 29 m i tu vrijednost uvrštavali u formulu za računanje površine pravokutnoga trokuta. Učenici nisu uočili da se traži površina trapeza.

KOMENTAR I PREPORUKE

Vrlo mali broj učenika prepoznao je da je na slici pravokutan trapez i da se površina zadanoga lika mogla jednostavnije izračunati primjenjujući formulu za površinu trapeza. Preporučuje se ovakve zadatke više konkretno primjenjivati (izrezivanjem likova iz papira i mjerenjem njihove površine).

15. ZADATAK // G20211_0_08_0

Jadranko želi izraditi model kvadra s bridovima od žice. Dimenzije modela trebaju biti 10 cm x 15 cm x 25 cm. Koliko mu je žice za to potrebno?

Odgovor: _____ cm

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Mjerenje
SADRŽAJNA CJELINA NI	Mjerljiva obilježja jednostavnih geometrijskih likova i tijela
ISHOD UČENJA NI	riješiti matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga konteksta koristeći se mjerljivim obilježjima jednostavnih geometrijskih oblika u ravni i prostoru

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	prepoznati i opisati prizme, odrediti broj vrhova, bridova i strana prizme, skicirati prizme i njihove mreže
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	<u>200</u> cm
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // G20211_0_08_0

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	348	9,3	18,3
	1	13	0,3	19,0
	11	462	12,3	43,4
	12	31	0,8	45,0
	2	15	0,4	45,8
	3	3	0,1	46,0
	4	1	0	46,0
	6	3	0,1	46,2
	7	31	0,8	47,8
	9	990	26,4	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0

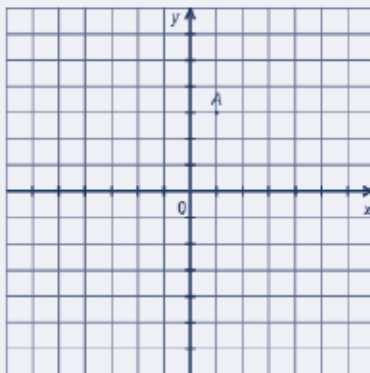
Zadatak je učenicima bio težak. Točno ga je riješilo 26 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 18,3 % učenika, a 52,2 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Učenici koji su riješili zadatak izvan matematičkoga konteksta zbrajali su ili množili duljinu, širinu i visinu kvadra.

KOMENTAR I PREPORUKE

Iako je ovakav tip zadatka obuhvaćen Nastavnim planom i programom za Matematiku u osmome razredu u nastavnoj cjelini *Geometrijska tijela*, mali broj učenika skicirao je kvadar kako bi uz pomoć zornoga prikaza lakše došli do podatka koji se traži u zadatku i postupka s kojim bi ga uspješno riješili.

16. ZADATAK // G30204_0_05_0

U pravokutnome koordinatnom sustavu na slici nacrtana je točka $A(100, 6)$. U tome koordinatnom sustavu **nacrtaj i slovom označi** točku $B(400, 8)$.



SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Koordinatni sustav na pravcu i u ravni
SADRŽAJNA CJELINA NI	Koordinatni sustav u ravni
ISHOD UČENJA NI	nacrtati točku zadanu koordinatama u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravni

ODGOJNO-OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	odrediti točke koordinatne ravnine ako su joj zadane koordinate i obrnuto
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	srednje težak
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO-u	razumijevanje

ANALIZA // G30204_0_05_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	248	6,6	13,1	13.1
	11	556	14,8	29,3	42.4
	12	649	17,3	34,2	76.6
	2	3	0,1	0,2	76.8
	3	10	0,3	0,5	77.3
	4	2	0,1	0,1	77.4
	5	4	0,1	0,2	77.6
	7	299	8,0	15,8	93.4
	9	126	3,4	6,6	100.0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio lagan. Točno ga je riješilo 63,5 % učenika. Iako je zadatak učenicima bio lagan, nije ga ni pokušalo riješiti 13,1 % učenika, 15,8 % učenika netočno ga je riješilo matematički nekorektnom metodom, a 6,6 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta. Većina učenika koji nisu točno riješili zadatak su na koordinatnim osima pogrešno označavali duljinu jedinične dužine. Iz koordinata točke *A* nisu točno odredili da je duljina jedinične dužine na *x* osi 100, a na *y* osi 2.

KOMENTAR I PREPORUKE

Ovakav tip zadatka (s različitom duljinom jedinične dužine na koordinatnim osima) obuhvaćen je Nastavnim planom i programom za Matematiku u sedmome razredu u nastavnoj cjelini *Grafički prikaz proporcionalnosti*, ali se ovakvi zadatci češće rješavaju na redovnoj nastavi Fizike u osmome razredu. Preporučuje se ovakve zadatke rješavati na redovnoj nastavi Matematike, ali s primjerima iz svakodnevnoga života (npr. ovisnost duljine puta i vremena gibanja, ovisnost računa za potrošnju interneta o cijeni jednoga potrošenog megabajta...).

17. ZADATAK // G30205_0_02_0

U pravokutnome koordinatnom sustavu točka A ima koordinate $A(-2, 3)$, a točka B nalazi se 5 jedinica ulijevo i 4 jedinice prema dolje od točke A . Odredi koordinate točke B u tome koordinatnom sustavu.

Odgovor: $B(\underline{\quad}, \underline{\quad})$

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Koordinatni sustav na pravcu i u ravnini
SADRŽAJNA CJELINA NI	Koordinatni sustav u ravnini
ISHOD UČENJA NI	nacrtati točku zadanu koordinatama u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	odrediti točke koordinatne ravnine ako su joj zadane koordinate i obrnuto
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	$B(\underline{-7}, \underline{-1})$
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	jednostavnije povezivanje i rješavanje rutinskih problema

ANALIZA // G30205_0_02_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	256	6,8	13,5	13,5
	1	1	0	0,1	13,5
	11	420	11,2	22,1	35,7
	12	385	10,3	20,3	56,0
	2	74	2,0	3,9	59,9
	3	7	0,2	0,4	60,3
	4	5	0,1	0,3	60,5
	7	511	13,6	26,9	87,5
	9	238	6,3	12,5	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio srednje težak. Točno ga je riješilo 42,4 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 13,5 % učenika, 26,9 % učenika ga je netočno riješilo matematički nekorrektnom metodom ili su pogrešno zapisali rješenje na crtju za odgovore, a 12,5 % učenika ga je riješilo izvan matematičkoga konteksta. Učenici koji ga nisu točno riješili pogrešno su pomicali koordinate zadane točke *A*, zbrajali su koordinate točke *A* sa zadanim pomacima te tako dobili točku *B* u I. kvadrantu.

KOMENTAR I PREPORUKE

Preporučuje se u nastavi Matematike primjenjivati ishod učenja *odrediti koordinate točke u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini*) u zadacima iz svakodnevnoga života (ili u nastavi kroz edukativne igre u kojima se točke pomiču u koordinatnome sustavu kao npr. igra potapanja brodova) ili kroz primjere iz geografije koristeći se geografskom mrežom.

SKUPNA ANALIZA ZADATAKA SADRŽAJNOGA PODRUČJA *GEOMETRIJA I MJERENJE*

Skupna analiza zadataka sadržajnoga područja *Geometrija i mjerenje* obuhvaća zadatke otvorenoga tipa u kojima je učestalost pojedine pogreške veća od 4 %, pri čemu se radi preglednosti ne uzima u obzir pogreška *ostali netočni odgovori* (kod 7).

Tablica 4.2.1. Skupna analiza zadataka sadržajnoga područja *Geometrija i mjerenje*

ZADATCI U KOJIMA JE UČESTALOST POJEDINE POGREŠKE VEĆA OD 4 %				
KOD	OPIS KODA	UČESTALOST (%)	TEŽINA ZADATKA	ŠIFRA ZADATKA
0	Učenici nisu ni pokušali riješiti zadatak.	41,2	Vrlo težak	G10104_0_06_0
		25,1	Težak	G20202_0_08_0
		46,7	Vrlo težak	G30206_0_02_0
		41,2	Vrlo težak	G20105_0_06_0
		18,5	Vrlo težak	G20208_0_03_0
		6,4	Težak	G30102_0_01_0
		9,8	Srednje težak	G30203_0_03_0
		29,9	Vrlo težak	G20208_0_14_0
		18,3	Težak	G20211_0_08_0
		13,1	Lagan	G30204_0_05_0
		13,5	Srednje težak	G30205_0_02_0
2	Odabrana je matematički korektna metoda, ali je postupak pogrešno proveden.	8,5	Težak	G30102_0_01_0
		7,3	Vrlo težak	G20208_0_14_0
		3,9	Srednje težak	G30205_0_02_0
3	Korištena je matematički korektna metoda, ali postupak nije proveden do kraja.	4,8	Vrlo težak	G10104_0_06_0
		18,3	Težak	G30102_0_01_0
4	Korištena je matematički korektna metoda i dobiven je točan odgovor, ali je pogrešno preveden u zapis koji se tražio ili je krajnje rješenje pogrešno zapisano.	13,6	Srednje težak	G30203_0_03_0
5	Korištena je matematički nekorektna metoda, ali je dobiveno točno rješenje.	17,3	Vrlo težak	G20208_0_03_0
8	Korištena je matematički nekorektna metoda, ali je skicirano točno rješenje.	5,1	Vrlo težak	G10104_0_06_0
9	Prazno, s vidljivim tragovima brisanja ili potpuno neartikuliranim pokušajem rješavanja.	32,4	Vrlo težak	G10104_0_06_0
		21,3	Težak	G20202-0-08-0
		30,0	Vrlo težak	G30206-0-02-0
		46,3	Vrlo težak	G20105_0_06_0
		43,3	Vrlo težak	G20208_0_03_0
		21,0	Težak	G30102_0_01_0
		16,4	Srednje težak	G30203_0_03_0
		45,7	Vrlo težak	G20208_0_14_0
		52,2	Težak	G20211_0_08_0
		6,6	Lagan	G30204_0_05_0
		12,5	Srednje težak	G30205_0_02_0

Skupna analiza zadataka sadržajnog područja *Geometrija i mjerenje* ima slične vrijednosti kao i analiza sadržajnog područja *Brojevi, Algebra i Funkcije*. Veliki je postotak učenika koji nisu ni pokušali riješiti zadatke (kod 0). S obzirom da se to odnosi na sve zadatke, a postotak se kreće od 6 % na više, može se pretpostaviti da 6 % učenika nije bilo dovoljno motivirano za sudjelovanje u istraživanju *Sadržajna analiza nacionalnih ispita iz Matematike s primjerima zadataka*.

Zadatak G30206-0-02-0 u kojemu je trebalo nacrtati pravac u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini ako je pravac zadan jednadžbom nije ni pokušalo riješiti 46,7 % učenika. Preko 40 % učenika nije ni pokušalo riješiti zadatak G10104_0_06_0 u kojemu je bio zadan kut i trebalo je konstruirati sve točke koje su jednako udaljene od krakova kuta. Isto je tako bilo i sa zadatkom G20105_0_06_0 u kojemu je trebalo preračunati $17,25^\circ$ u stupnjeve i kutne minute iako je taj zadatak procijenjen kao lagan. Taj je zadatak također veliki postotak učenika (46,3 %) riješio izvan matematičkoga konteksta ili su pokušaji rješavanja izbrisani. Stoga se može zaključiti da učenici nisu usvojili takve pretvorbe.

Zadatak G20211_0_08_0 pokušalo je riješiti 52,2 % učenika, ali su ti pokušaji izbrisani ili su potpuno izvan matematičkoga konteksta (kod 9). Dimenzije modela trebaju biti 10 cm x 15 cm x 25 cm. Koliko mu je žice za to potrebno? Taj je zadatak učenicima bio težak iako je procijenjen kao lagan.

Najčešći razlog lošije riješenosti zadataka koji su rješavani u okvirima matematičkoga konteksta jest da postupak nije završen do kraja (kod 3). To je karakteristično za teže zadatke. Primjer je zadatak G30102_0_01_0 u kojemu je trebalo nacrtati točku zadanu koordinatom (mješoviti negativni broj) na brojevnome pravcu. Točku je trebalo označiti slovom na pravcu. Učenici obično nisu napisali slovo kod točke. Također, jedan je od razloga lošije riješenosti toga zadatka započeti postupak koji je pogrešno proveden (kod 2). Učenici su pogrešno označavali točku na pozitivnome dijelu brojevnooga pravca umjesto na negativnome ili su pogrešno uzimali jediničnu dužinu.

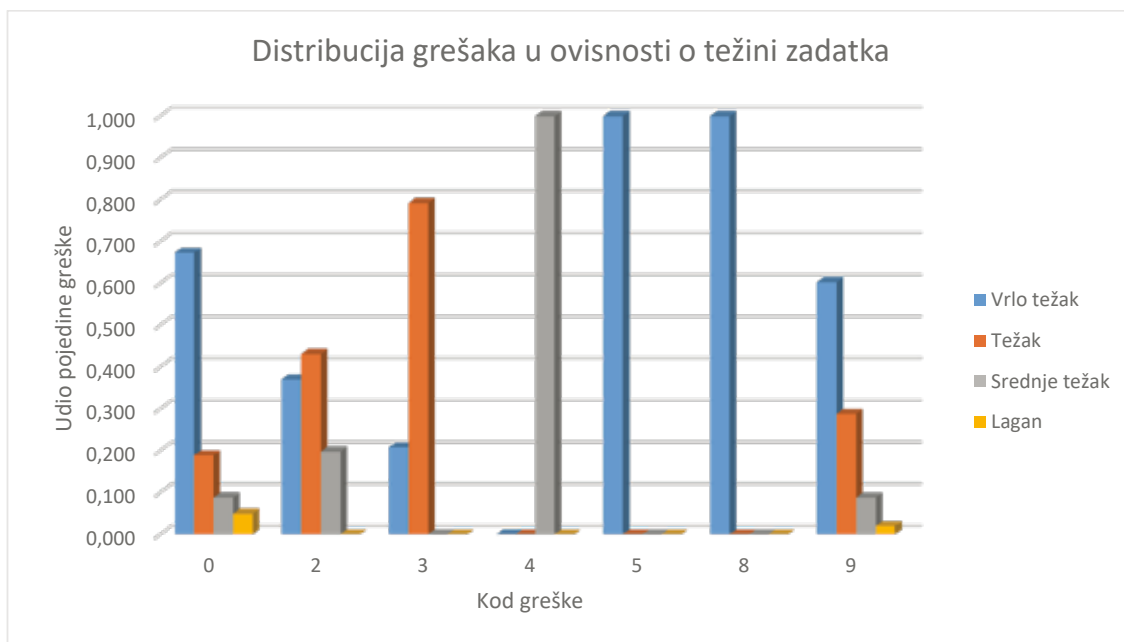
Pri zapisivanju uređenoga para učenici su najčešće griješili u tome da su točan odgovor pogrešno preveli u zapis koji se tražio ili je krajnje rješenje pogrešno zapisano (kod 4). Najčešće su zapisani točni brojevi, ali bez zgrade ili su koordinate zamijenjene (zadatak G30203_0_03_0).

U zadatku G20208_0_03_0 u kojemu je trebalo odrediti opseg novoga pravokutnika ako se staromu povećaju duljine stranica za zadane iznose veliki postotak učenika (17,3 %) došao je do točnoga rješenja matematički nekorektnom metodom. Oni nisu znali ispravno postaviti zadatak, već su kao duljine stranica početnoga pravokutnika uzimali one koje predstavljaju produljenje te su s tim podacima računali opseg novoga pravokutnika.

U zadatku G10104_0_06_0 u kojemu je zadan kut te je potrebno konstruirati sve točke koje su jednako udaljene od krakova kuta 5,1 % učenika je točno rješenje skiciralo bez geometrijske konstrukcije (kod 8).

Ostali se kodovi pojavljuju uglavnom do 1 %.

Grafički prikaz distribucije grešaka u ovisnosti o težini zadatka očekivano pokazuje da je najveća učestalost pojedinih grešaka u vrlo teškim i teškim zadacima.



Slika 4.2.1. Distribucija grešaka u ovisnosti o težini zadatka.

Zadaci iz sadržajnog područja *Geometrija i mjerenje* obuhvaćali su izračunavanje površina četverokuta, osnovna svojstva nekih četverokuta i osnovno svojstvo simetrale kuta, uglavnom su gradivo koje se obrađuje u šestome razredu, a i ranije (površina pravokutnika i kvadrata).

Većina zadataka iz sadržajnih potpodručja *Oblik i prostor* te *Mjerenje* učenicima je bila srednje teška. Neki od razloga su nerazumijevanje brojevnoga pravca i geometrijskih odnosa, izostavljanje bitnih svojstava geometrijskih oblika i njihova primjena u algebarskim zadacima, konstrukcije te vizualiziranje geometrijskoga oblika kako bi se uz pomoć zornoga prikaza lakše došlo do podatka koji se traži u zadatku i postupka s kojim bi bilo moguće uspješno riješiti zadatak.

Zadatak u kojemu se traži izračunavanje površine nacrtanoga geometrijskog lika učenicima je bio izrazito težak iako je na slici bio nacrtan trapez, a do površine se lako moglo doći i podjelom trapeza na pravokutnik i pravokutan trokut. Svi učenici koji su točno riješili zadatak rješavali su ga upravo podjelom trapeza na manje dijelove. Učenike bi trebalo poticati da pri rješavanju takvih zadataka pronalaze više različitih načina izračunavanja zadane površine (ako je moguće).

Učenicima je zadatak u kojemu su trebali odrediti sve točke jednako udaljene od krakova zadanoga kuta bio težak. Zadatak bi vjerojatno bio bolje riješen da je tekst zadatka bio eksplicitan. Učenike je važno upoznati s osnovnim svojstvom simetrale kuta jer je to konceptualno znanje važno za razumijevanje zadatka zadanoga na opisani način.

Učenici često imaju poteškoće u razumijevanju zadataka zadanih riječima (tekstualnih zadataka) koji uključuju mjerenje i računanje. Ako zadatak nije zadan na način kako su ga učenici uvježbali na nastavi Matematike, npr. ako bi učenicima bilo zadano da izmjere duljinu od točke A do točke B na brojevnome pravcu, većina ih ne bi imala poteškoća, ali ako bi umjesto brojevnoga pravca, npr. bio zadan termometar na kojemu je potrebno očitati temperaturu, pri čemu su prikazane i negativne vrijednosti temperature, manja je uspješnost rješavanja zadatka iako je ishod učenja isti.

Preporučuje se na nastavi Matematike ishode učenja iz područja *Geometrija i mjerenje* ostvarivati na primjerima zadataka iz svakodnevnoga života te iz drugih nastavnih predmeta (Geografija, Fizika, Kemija). Učenike treba zornim prikazima navoditi do rješenja te razvijati sposobnost promatranja i točnost pri izvršavanju matematičkih postupaka uključivanjem učenja s razumijevanjem i znanja o tome koji je postupak kada potrebno provesti i s kojom svrhom.

4.3. PODATCI

U osnovnoj se školi učenici prema Nastavnome planu i programu za Matematiku s prikazivanjem i analizom podataka, statistikom susreću u sedmome razredu u nastavnoj cjelini *Postotak i analiza podataka*.

Učenici su svakodnevno okruženi informacijama koje su prikazane tablično i grafički. Primjeri i zadatci iz nastavne cjeline *Prikazivanje i analiza podataka* učenicima pomažu da samostalno obrađuju podatke s kojima se susreću u svakodnevnicima. Nastavna cjelina *Prikazivanje i analiza podataka* kao dio nastave Matematike uključuje sljedeće ishode učenja:

- prikupljanje i organizaciju podataka
- tumačenje tablica
- grafički prikaz prikupljenih podataka.

Analizom podataka, statistikom učenici razvijaju vještine i sposobnosti prikupljanja, organiziranja i prikazivanja podataka te tumačenja grafičkoga prikaza prikupljenih podataka.

Naglasak je na tome da učenici aktivno sudjeluju u prikupljanju podataka, da podatci koje je potrebno prikupiti budu njima bliski, dakle iz svakodnevnoga života te da učenici steknu sposobnost uočavanja različitih vrsta podataka u grafičkim prikazima koje često mogu vidjeti u svakodnevnicima.

PRIMJERI I ANALIZA ZADATAKA NACIONALNIH ISPITA IZ MATEMATIKE 2014. GODINE – SADRŽAJNO *PODRUČJE PODATCI*

1. ZADATAK // P10102_0_02_0

Marko je u siječnju zaradio 5126 kn, u veljači 6107 kn, a u ožujku 5924 kn. Izačunaj njegovu prosječnu mjesečnu zaradu za navedeno razdoblje.

Odgovor: _____ kn

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Podatci
SADRŽAJNA CJELINA NI	Podatci
ISHOD UČENJA NI	odrediti aritmetičku sredinu zadanih numeričkih podataka

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	izračunavati aritmetičku sredinu te interpretirati dobivene podatke
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	5719 kn
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // P10102_0_02_0

OZNAKA KODA	FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	348	9,3	18,7
	1	199	5,3	10,7
	11	775	20,6	41,7
	12	9	0,2	,5
	2	111	3,0	6,0
	3	142	3,8	7,6
	4	16	0,4	0,9
	5	1	0	0,1
	7	4	0,1	0,2
	8	23	0,6	1,2
	9	230	6,1	12,4
	Ukupno	1858	49,5	100,0

Zadatak je učenicima bio srednje težak. Točno ga je riješilo 42,2 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 18,7 % učenika, izvan matematičkoga konteksta riješilo ga je 12,4 % učenika, a 10,7 % učenika koristilo se matematički korektnom metodom, ali je pogriješilo u računskim operacijama.

KOMENTAR I PREPORUKE

Rezultat pokazuje da se učenici ne snalaze s dobro poznatom metodom kada je treba primijeniti u drugome kontekstu. U ovome je zadatku trebalo izračunati aritmetičku sredinu odnosno srednju vrijednost. Gotovo svi učenici znaju izračunati svoj prosječan uspjeh, a u ovome se zadatku tražila primjena iste metode za određivanje prosječne plaće. Učenici se nisu snašli i griješili su na različite načine.

Preporučuje se iste metode primjenjivati u različitim kontekstima koji se temelje na primjerima iz svakodnevnice.

2. ZADATAK // P10201_0_06_0

Dijagram prikazuje rezultate provjere znanja iz Matematike u razrednome odjelu 8.b. Koliko je učenika na toj provjeri znanja ocijenjeno ocjenom vrlo dobar (4)?



Odgovor: _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Podatci
SADRŽAJNA CJELINA NI	Podatci
ISHOD UČENJA NI	očitati podatke prikazane tablicom te slikovnim, stupčastim, kružnim i linijskim dijagramom

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	prikazivati prikupljene podatke o obilježju skupa objekata uz pomoć tablice frekvencija i relativnih frekvencija te grafički uz pomoć stupčastoga dijagrama i kružnoga dijagrama
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	5
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	vrlo lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	razumijevanje

ANALIZA // P10201_0_06_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	201	5,4	5,4	5,4
	11	14	0,4	0,4	5,7
	12	3185	84,8	84,8	90,5
	4	19	0,5	0,5	91,1
	5	1	0	0	91,1
	7	97	2,6	2,6	93,7
	9	238	6,3	6,3	100,0
	Ukupno	3755	100,0	100,0	

Zadatak je učenicima bio vrlo lagan. Točno ga je riješilo 85,2 % učenika. Iako je zadatak učenicima bio vrlo lagan, nije ga ni pokušalo riješiti 5,4 % učenika, a 6,3 % učenika riješilo ga je izvan matematičkoga konteksta.

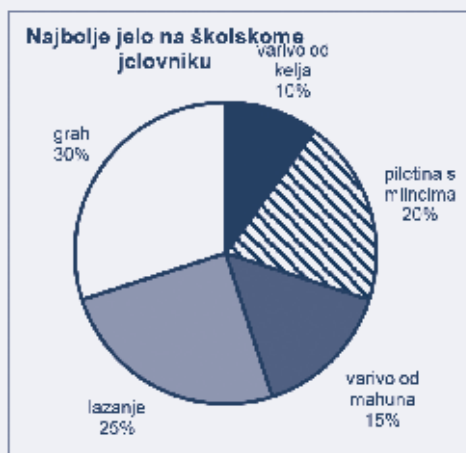
3. ZADATAK // P10203_0_05_0

Tablica prikazuje tjedni jelovnik učenika jedne škole.

ponedjeljak	utorak	srijeda	četvrtak	petak
varivo od kelja	piletina s mlincima	varivo od mahuna	lazanje	grah

Među učenicima te škole provedena je anketa kako bi se saznalo koje im je od ponuđenih jela bilo najbolje. Ispitano je 500 učenika, a rezultati su prikazani kružnim dijagramom.

Koliko je učenika kao najbolji ručak odabralo grah?



Odgovor: _____

SADRŽAJNO PODRUČJE NI	Podatci
SADRŽAJNA CJELINA NI	Podatci
ISHOD UČENJA NI	tumačiti podatke prikazane stupčastim i kružnim dijagramom

ODGOJNO–OBRAZOVNA POSTIGNUĆA	prepoznati obilježje skupa objekata, određivati vrijednosti toga obilježja
TIP ZADATKA	otvoreni
TOČAN ODGOVOR	150
PROCJENA TEŽINE (vrlo lagan, lagan, srednje težak, težak, vrlo težak)	lagan
RAZINA SLOŽENOSTI PREMA HKO–u	primjena

ANALIZA // P10203_0_05_0

OZNAKA KODA		FREKVENCIJA	POSTOTAK	VALJANI POSTOTAK	KUMULATIVNI POSTOTAK
Valjano	0	268	7,1	14,1	14,1
	1	5	0,1	0,3	14,4
	11	599	16,0	31,6	46,0
	12	234	6,2	12,3	58,3
	2	13	0,3	0,7	59,0
	3	72	1,9	3,8	62,8
	4	2	0,1	0,1	62,9
	5	17	0,5	0,9	63,8
	7	5	0,1	0,3	64,0
	8	239	6,4	12,6	76,6
	9	443	11,8	23,4	100,0
	Ukupno	1897	50,5	100,0	

Zadatak je učenicima bio srednje težak. Točno ga je riješilo 43,9 % učenika, nije ga ni pokušalo riješiti 14,1 % učenika, matematički nekorektnom metodom netočno ga je riješilo 12,6 % učenika, a izvan matematičkoga konteksta riješilo ga je 23,4 % učenika.

KOMENTAR I PREPORUKE

Preporučuje se u nastavi Matematike ishod učenja *tumačiti podatke prikazane stupčastim i kružnim dijagramom* više obrađivati u primjerima iz svakodnevnoga života.

SKUPNA ANALIZA ZADATAKA SADRŽAJNOGA PODRUČJA *Podatci*

Skupna analiza zadataka sadržajnog područja *Podatci* obuhvaća zadatke otvorenoga tipa u kojima je učestalost pojedine pogreške veća od 4 %, pri čemu se radi preglednosti ne uzima u obzir pogreška *ostali netočni odgovori* (kod 7).

Tablica 4.3.1. Skupna analiza zadataka sadržajnog područja *Podatci*

ZADATCI U KOJIMA JE UČESTALOST POJEDINE POGREŠKE VEĆA OD 4 %				
KOD	OPIS KODA	UČESTALOST (%)	TEŽINA ZADATKA	ŠIFRA ZADATKA
0	Učenici nisu ni pokušali riješiti zadatak.	18,7 5,4 14,1	Srednje težak Vrlo lagan Srednje težak	P10102_0_02_0 P10201_0_06_0 P10203_0_05_0
1	Odabrana je matematički korektna metoda, ali je učinjena greška u računskim operacijama.	10,7	Srednje težak	P10102_0_02_0
2	Odabrana je matematički korektna metoda, ali je pogrešno proveden postupak.	6	Srednje težak	P10102_0_02_0
3	Korištena je matematički korektna metoda, ali postupak nije proveden do kraja.	7,6 3,8	Srednje težak Srednje težak	P10102_0_02_0 P10203_0_05_0
9	Prazno, s vidljivim tragovima brisanja ili potpuno neartikuliranim pokušajem rješavanja	12,4 6,3 23,4	Srednje težak Vrlo lagan Srednje težak	P10102_0_02_0 P10201_0_06_0 P10203_0_05_0

Iako je sadržajno područje *Podatci* ispitivano sa samo tri zadatka, skupna analiza pokazuje slične vrijednosti kao i u ostalim područjima kada su u pitanju kodovi 0 i 9. Zadatci učenicima nisu bili teški ni vrlo teški, ali dosta njih ih nije ni pokušalo riješiti (kod 0) ili su ih pokušali riješiti pa su izbrisali ili su imali potpuno neartikulirane pokušaje rješavanja (kod 0).

Skupna analiza pokazuje da se učenici ne snalaze s dobro poznatom metodom kad ju je potrebno primijeniti u drugome kontekstu. Primjer je zadatak P10102_0_02_0 u kojemu je trebalo izračunati aritmetičku sredinu odnosno srednju vrijednost. Gotovo svi učenici znaju izračunati svoj prosječan uspjeh, a u ovome se zadatku traži primjena iste metode za određivanje prosječne plaće. Učenici se nisu snašli i griješili su na različite načine kao što se vidi u tablici. Stoga je potrebno iste metode primjenjivati na više različitih konteksta.

Grafički prikaz distribucije grešaka u ovisnosti o težini zadatka pokazuje da je najveća učestalost pojedinih grešaka u srednje teškim zadacima. To je i očekivano jer malo zadataka ispituje sadržajno područje *Podatci* i ne pripadaju teškim ni vrlo teškim zadacima.



Slika 4.3.1. Distribucija grešaka u ovisnosti o težini zadatka

Učenici se susreću s različitim oblicima podataka kao npr. tablični i grafički prikazi podataka. Različiti podatci (npr. koja hrana utječe na zdravlje, vrijeme provedeno za računalom, utjecaj klimatskih promjena na svakodnevni život...) utječu na njihov svakodnevni život i njihovu budućnost. Zbog toga je važno razumjeti takve podatke i znati ih interpretirati.

U provedenim nacionalnim ispitima učenici nisu imali veće poteškoće u razumijevanju ishoda učenja sadržajnoga područja *Podatci*. Od učenika se očekivalo da znaju prepoznati obilježje skupa objekata, odrediti vrijednosti toga obilježja, izračunati srednju vrijednost, prikazati prikupljene podatke uz pomoć tablice frekvencija i relativnih frekvencija te grafički prikazati podatke uz pomoć stupčastoga i kružnoga dijagrama uz interpretiranje prikazanih podataka.

Učenici su imali najviše poteškoća u izračunavanju, npr. postotka osoba koje se bave nekim određenim hobiem, određivanju postotka osoba koje jedu određenu vrste hrane, ali i određivanju srednje vrijednosti izvan uobičajenoga konteksta.

Učenicima se preporučuje aktivno sudjelovanje u prikupljanju podataka, prikupljanje podataka koji su im bliski, tj. podataka iz svakodnevnoga života te stjecanje sposobnosti uočavanja različitih vrsta podataka u grafičkim prikazima koje često mogu vidjeti u svakodnevnici. Također, potrebno je te podatke prikazati tablično ili grafički.



5. ZAKLJUČCI

Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja proveo je projekt NI – OŠ – MAT 2011. – 2014. opisan u prethodno objavljenome izvještaju *Projekt Nacionalni ispiti u osmim razredima osnovnih škola (NI – OŠ – MAT) 2011. – 2014.* koji uključuje opis i rezultate razvoja standardiziranoga ispita iz Matematike kroz tri godine i pretestiranja zadataka i glavno ispitivanje sa zadacima utvrđenih metrijskih karakteristika 2014. godine.

Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja u suradnji sa stručnjacima iz područja matematike napravio je detaljne sadržajne analize čiji su rezultati prikazani u ovoj publikaciji. Sadržajna analiza kojoj je prethodio razvoj kodnoga plana i ocjenjivanja provedena je na ispitnim materijalima iz glavnoga ispitivanja 2014. godine i obuhvaća sva sadržajna područja zadana planom i nacrtom nacionalnoga ispita: *Brojevi, algebra i funkcije, Geometrija i mjerenje te Podatci.*

Sadržajno potpodručje *Brojevi* jedno je od najvažnijih u matematičkome svijetu. Koncepti toga potpodručja temelj su svih ostalih matematičkih koncepata i učenja matematike. Učenici bi svladavanjem koncepata iz potpodručja *Brojevi* trebali moći te koncepte primijeniti u svakodnevnim situacijama. Učenici bi usvajanjem apstraktnih pojmova kao što su broj, brojevni sustavi i skup trebali moći upotrebljavati njihova svojstva i međusobne veze računskih operacija u konceptualnome razumijevanju i rješavanju problema. Preporučuje se na nastavi Matematike, rješavajući matematičke probleme i probleme iz svakodnevnoga života, od učenika tražiti procjenu te preispitivanje smislenosti dobivenih rezultata, a izbjegavati samo proceduralno naučeno rješavanje zadanih problema.

Učenici se u potpodručju *Algebra* upoznaju s temeljnim konceptima matematike, a proučavaju ga tijekom školovanja. Učenici bi nakon što ovladaju procedurama trebali moći primijeniti stečene ishode učenja u konceptualnome razumijevanju i rješavanju problema jer će samo na taj način moći primijeniti stečena znanja i vještine na svakodnevne situacije. Učiteljima se preporučuje na nastavi Matematike razvijanje kritičkoga mišljenja učenika i rješavanje problema različitim strategijama učenja.

S funkcijama se učenici susreću još u nižim razredima osnovne škole iako prema Nacionalnome planu i programu Ministarstva znanosti i obrazovanja iz 2006. godine formalno tek u sedmome razredu osnovne škole. Sadašnja praksa pokazuje da nastavni sadržaji o funkcijama nisu dovoljno zastupljeni, posljedica čega je nerazumijevanje formalnih koncepata funkcija, ali i interdisciplinarne primjene funkcija. Učitelji s obzirom na kurikulum Matematike (MZO, 2016) imaju slobodu proširivati ishode učenja u potpodručju *Funkcija*, što učenicima omogućuje primjenu stečenih znanja na stvarne životne situacije. Učitelji bi na nastavi Matematike trebali razvijati konceptualno razumijevanje i primjenjivati ga u rješavanju problema.

Učenici kroz područje *Geometrija i mjerenje* zapažaju i opisuju veličinu, oblike, svojstva i međusobne položaje predmeta oko sebe. Geometrija je sastavni dio kurikula nižih razreda osnovne škole. U razrednoj nastavi uključuje vizualizaciju, crtanje, kreiranje, uspoređivanje odnosa veličina među predmetima (što je dulje, što je kraće, što je veće, što je manje) i rješavanje jednostavnih problema vezanih uz dvodimenzionalne i

trodimenzionalne objekte. U višim razredima osnovne škole te u srednjoj školi učenici nastavljaju razvijati svoje vizualno prostorne vještine, apstrahiranje, zaključivanje i prostornu zornost.

Geometrijski zadatci potiču učenike na iskorištavanje vlastitih znanja i vještina u stvarnome svijetu, stvaranje vlastitoga mišljenja o onome što istražuju te otkrivanje više načina rješavanja zadatka otvorenoga tipa. Geometrija je u nastavi pogodna za projektni i istraživački pristup u obradi nastavnih sadržaja. Sastavni je dio svakoga nastavnog plana i programa. Učenje geometrije pomaže učenicima u prikazivanju svijeta koji ih okružuje. Već u razrednoj nastavi učenike treba poticati da se koriste geometrijskim alatima za crtanje i konstruiranje te za rješavanje problema. Suvremena nastava Matematike traži od učenika da mjerne jedinice uspješno primjenjuju u svakodnevnome životu. Međutim, mjerenje se najmanje uči kroz nastavu Matematike u osnovnoj školi stoga se preporučuje na nastavi Matematike pristupiti mjerenju istraživački i eksperimentalno, slično kao što je to u načinu poučavanja prirodnih znanosti, posebno fizike.

S područjem *Podatci* i s osnovnim pojmovima iz statistike učenici se susreću u sedmome razredu osnovne škole. Učenici se s podacima susreću već u predmetnome kurikulumu Matematike petoga razreda osnovne škole, pri čemu povezuju, uspoređuju i tumače podatke prikazane u tablicama, na slikama te na različitim grafovima i dijagramima i odgovaraju na pitanja koja nadilaze izravno čitanje podataka. U višim razredima osnovne škole i u srednjoj školi nadograđuju stečeno znanje prikupljanjem i prikazom podataka, analiziranjem i raspravljanjem o dobivenim rezultatima. Statistiku je potrebno znati jer se puno primjenjuje u svakodnevnome životu. Učenike s podacima i analizom podataka treba upoznavati na zanimljive i njima razumljive načine kroz primjere iz svakodnevnoga života te kroz izradu projektnih radova u kojima mogu primijeniti sadržaj osnova statistike.

Analiza provedenih nacionalnih ispita u osnovnoj školi iz Matematike 2014. godine ukazuje na potrebu da se način poučavanja matematičkih procedura i koncepata treba mijenjati. Potrebno je razvijati kritičko razmišljanje, konceptualno razumijevanje te primjenu stečenih znanja i vještina na situacije u različitim kontekstima iz svakodnevnoga života.

Namjera je ovoga priručnika upoznati stručnu i širu javnost s rezultatima sadržajne analize nacionalnih ispita iz Matematike te uz konkretne primjere zadataka ponuditi zaključke, osvrt na zadatke i preporuke nastavnicima. Rezultati prikazani u priručniku mogu pridonijeti nastavi Matematike i smjeru razvoja kurikularnih dokumenata. Cilj je vanjskoga vrednovanja i procjene postignuća učenika u konačnici predstavljanje rezultata svim dionicima obrazovnoga sustava u svrhu unapređenja kvalitete obrazovanja.

Nacionalni ispiti u kontekstu međunarodnih smjernica

Rezultate projekta NI – OŠ – MAT 2011. – 2014. trebamo proučavati i u kontekstu matematičke pismenosti kao jedne od osam ključnih kompetencija u društvu koje počiva na znanju.

Projekt OESS-a *Definicija i izbor kompetencija* («DeSeCo»)⁹ tražio je odgovor na pitanje koje su ključne kompetencije potrebne za uspješan život i dobro funkcioniranje društva. ASEM inicijativa prihvatila je široki pristup važnim kompetencijama u kontekstu cjeloživotnoga učenja.¹⁰ U tom se kontekstu kompetencija odnosi na postizanje većega stupnja integracije sposobnosti i širih društvenih ciljeva pojedinca.

Međunarodna anketa **PISA 2000**¹¹ također je ukazala na važnost stjecanja širih kompetencija neophodnih za uspješno učenje. Anketa je osim uspješnosti u čitanju i matematičkoj pismenosti ocjenjivala i neke generičke sposobnosti kao što su motivacija učenika, pristup i mogućnost upravljanja vlastitim učenjem.

U kontekstu tih kretanja postalo je nužno odgovoriti ne samo na pitanje koje su neophodne kompetencije svih članova društva koje počiva na znanju, već i **od čega se one sastoje**. Osim toga, okvir kompetencija, u skladu sa zahtjevom Vijeća u Lisabonu, treba promatrati iz **perspektive cjeloživotnoga** učenja, tj. onoga koje se stječe do kraja obvezatnoga školovanja, ali i koje se nastavlja, obnavlja i razvija tijekom čitavoga života. Na kraju se postavlja pitanje je li moguće odrediti razinu ovladavanja nekom kompetencijom koja se smatra „ključnom”.

U skladu sa širim pristupom ključnim kompetencijama koji je radna skupina prihvatila, općenita definicija „**ključne kompetencije**” jest sljedeća: *Ključne kompetencije su prenosivi multifunkcionalni sklop znanja, vještina i stavova koji su potrebni svim pojedincima za njihovu osobnu realizaciju i razvitak, uključivanje u društvo i zapošljavanje. Treba ih razviti do kraja obvezatnoga obrazovanja ili izobrazbe i predstavljaju temelj daljnjega učenja kao dijela cjeloživotnoga učenja.*

Ta definicija naglašava da su ključne kompetencije **prenosive** i stoga primjenjive u mnogim situacijama i kontekstima te **multifunkcionalne** jer se mogu upotrijebiti za postizanje nekoliko ciljeva pri rješavanju različitih problema i ostvarivanju različitih zadaća. Ključne kompetencije **preduvjet** su odgovarajuće osobne uspješnosti u životu, radu i daljnjemu učenju.

Matematička pismenost¹² na osnovnoj razini uključuje sposobnost zbrajanja i oduzimanja, množenja i dijeljenja te izračunavanja postotaka i omjera u svrhu rješavanja problema.

Daljnjim razvojem matematička kompetencija¹³ ovisno o kontekstu uključuje sposobnost i spremnost korištenja matematičkih oblika mišljenja (logičko i prostorno razmišljanje)

⁹ OESS-ova *Definicija i izbor kompetencija*: Projekt teoretskih i konceptualnih osnova («DeSeCo») i ASEM inicijativa glede cjeloživotnoga učenja.

¹⁰ Azijsko-europski sastanak inicijative za cjeloživotno učenje. Za pojedinosti vidi: <http://www.asia-europe-institute.org/ASEM-Life-Long-Learning/IIIcontent.htm>.

¹¹ OECD. Znanje i vještine za život. Prvi rezultati ankete PISA 2000. Paris: OECD, 2001d.

¹² Osnovna matematička pismenost («računanje») temeljna je vještina svakoga daljnjeg učenja u drugim područjima ključnih kompetencija.

¹³ Matematika, iako je suštinski povezana s brojkama, mnogo je kompleksnija. «Matematičko ponašanje» odnosi se na opisivanje stvarnosti konstruiranjem i procesima univerzalne primjene. Najbolje se može opisati kombinacijom vještina i stavova. Definicija naglašava važnost «matematičke aktivnosti» i prihvaća «veze s realnosti» kao trajni naglasak matematičkoga obrazovanja.

i prikazivanje formula, modela, konstrukcija i grafikona/dijagrama koji se univerzalno primjenjuju pri objašnjavanju i opisivanju stvarnosti.

Temeljno znanje o brojkama i mjerama, njihovo razumijevanje te sposobnost njihova korištenja u nizu svakodnevnih situacija uključuje osnovne metode računanja i razumijevanje osnovnih oblika matematičkoga prikazivanja poput grafikona, formula i statistike. Temeljno poznavanje matematičkih pojmova i koncepata, uključujući relevantne geometrijske i algebarske teoreme, te poznavanje i razumijevanje pitanja na koja matematika može ponuditi odgovor pridonose matematičkoj pismenosti.

Osnovni elementi matematičke pismenosti su:

- zbrajanje i oduzimanje
- množenje i dijeljenje
- izračunavanje postotaka i omjera
- primjena mjernih jedinica i mjera u rješavanju problema iz svakodnevnoga života, npr. vođenje kućnoga proračuna (izjednačavanje prihoda i rashoda, planiranje, štednja) i kupovanje (uspoređivanje cijena, poznavanje mjernih jedinica i mjera, vrijednost novca)
- putovanje odnosno povezivanje udaljenosti i trajanja putovanja te uspoređivanje valuta i cijena.

Vještine koje pridonose razvoju matematičke pismenosti su:

- sposobnost da se slijedi i procjenjuje lanac tuđih argumenata i da se otkriju osnovne ideje u zadanome nizu argumenata (posebice dokazi) itd.
- sposobnost baratanja matematičkim simbolima i formulama, dekodiranje i tumačenje matematičkoga jezika i razumijevanje njegova odnosa prema prirodnome jeziku
- sposobnost komuniciranja u matematici i o matematici
- sposobnost matematičkoga razmišljanja i rezoniranja (ovladavanje matematičkim načinima razmišljanja, apstrahiranje i generaliziranje gdje je to relevantno za pitanje i matematičko modeliranje (tj. analiziranje i stvaranje modela) upotrebom i primjenom postojećih modela na postavljena pitanja
- sposobnost razumijevanja i primjene (dekodiranje, tumačenje i razlikovanje) različitih vrsta prikazivanja matematičkih stvari, fenomena i situacija, odabir i zamjena načina prikazivanja ako i kada je to potrebno
- sklonost kritičkomu razmišljanju, sposobnost razlikovanja različitih vrsta matematičkih izjava (razlikovanje tvrdnje od pretpostavke itd.) te razumijevanje matematičkih dokaza i doseg ograničenja određenoga koncepta
- sposobnost korištenja pomoćnih sredstava i oruđa (uključujući IT)
- spremnost upotrebe numeričkoga izračunavanja kako bi se rješavali svakodnevni problemi i problemi u obiteljskome životu
- poštivanje istine kao temelja matematičkoga razmišljanja
- spremnost pronalaženja razloga da bi se potkrijepile nečije tvrdnje
- spremnost prihvatanja ili odbijanja tuđega mišljenja na temelju valjanih (ili nevaljanih) razloga ili dokaza.

LITERATURA

1. Association of Educational Assessment – Europe (2010). *European Framework of Standards for Educational Assessment 1.0*. Dostupno na: http://www.aea-europe.net/images/downloads/SW_Framework_of_European_Standards.pdf.
2. Adamović, G., Buljan Culej, J., Gugić I., Kani, V., Martinec, Z., Pavlić, J., Viher, J. (2017). Priručnik za unaprjeđivanje nastave matematike s primjerima zadataka iz međunarodnog istraživanja TIMSS 2015.
3. Azijsko-europski sastanak inicijative za cjeloživotno učenje. Za pojedinosti vidi: <http://www.asia-europe-institute.org/ASEM-Life-Long-Learning/IIIcontent.htm>.
4. Cito/International (2009). *Nacionalni ispiti – Nacionalna procjena postignuća. Mjerila, smjernice, postupci*.
5. Cohen, L., Manion L., Morrison K. (2007). *Metode istraživanja u obrazovanju*. Jastrebar-sko: Naklada Slap.
6. European Commission (2007). *Key Competences For Lifelong Learning. European Reference Framework*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.
7. Gjeri Robić, N., Žitnik, Z., Tretinjak, I., Lankaš, T., Ćurković, N., Vučić, M., Petanjek, V., Šabić, J., Matoić, I., Peranić, M. i Zadelj, Z. (2015). *Projekt: Razvoj završnih ispita na kraju obrazovnih ciklusa - Stručno izvješće*. Zagreb: Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja.
8. Hambleton, R. K., Swaminathan, H. i Rogers, H. J. (1991). *Fundamentals of Item Response Theory*. Newbury Park, CA: Sage.
9. Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. *Metrijska analiza rezultata*. Zagreb: Istraživačko-razvojni odjel, Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. Dostupno na: http://dokumenti.ncvvo.hr/Nacionalni_ispiti_08/Metrijska/uvod.pdf.
10. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2011). *Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje*. Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa.
11. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2006). *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa.
12. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa (2016). *Nacionalni kurikulum nastavnog predmeta Matematika, prijedlog*, Zagreb: Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa.
13. OECD. Znanje i vještine za život. Prvi rezultati ankete PISA 2000. Paris: OECD, 2001d. https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali/Europa_kompetencije.doc
14. OESS-ova Definicija i izbor kompetencija: Projekt teoretskih i konceptualnih osnova (»DeSeCo«) i ASEM inicijativa glede cjeloživotnog učenja. (2004.) https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali/Europa_kompetencije.doc.

REZULTATI SADRŽAJNE ANALIZE
NACIONALNIH ISPITA **IZ MATEMATIKE**
S PRIMJERIMA ZADATAKA

I. Gugić, V. Halusek, Lj. Herceg,
S. Komadina, Z. Martinec,
J. Muraja, V. Nikolaus

Priručnik za nastavnike „Rezultati sadržajne analize nacionalnih ispita iz matematike s primjerima zadataka“ sadrži rezultate sadržajne analize nacionalnih ispita iz matematike koju su autori priručnika proveli koristeći se podacima iz projekta Nacionalni ispiti iz Matematike u osmim razredima osnovnih škola (NI-OŠ-MAT 2011. – 2014.) kojeg je od 2011. do 2014. godine provodio Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. Prema riječima autora, namjera je ovog priručnika upoznati stručnu i širu javnost s rezultatima sadržajne analize nacionalnog ispita iz matematike te uz konkretne primjere zadataka ponuditi zaključke, osvrt na zadatke kao i preporuke za nastavnike. Autori su analizirali riješenost pojedinih zadataka i, na temelju svog dugogodišnjeg iskustva u nastavi matematike, ponudili svoju procjenu težine zadatka i njegove složenosti prema HKO. Također su dodatnim komentarima i preporukama ukazali na aktivnosti koje bi, prema njihovom mišljenju, mogle dovesti do bolje riješenosti analiziranih zadataka. Njihova promišljanja i zaključci sasvim će sigurno biti od koristi kolegama sustručnjacima, posebice onima s manje radnog iskustva.

prof. dr. sc. Sanja Rukavina

15. Petz, B. (ur.) (1992). *Psihologijski rječnik*. Zagreb: Prosvjeta.

16. *Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning*. Official Journal of the European Union, 49, L 394 (30 December 2006). Dostupno na: <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=celex:32006H0962>.

17. Žitnik, Z. (2017). Projekt nacionalni ispiti iz matematike u osmim razredima osnovnih škola (NI – OŠ – MAT) 2011. – 2014. Rezultati razvoja standardiziranoga ispita i prikaz postignuća učenika.